

# Design of Experiments ( DOE )

## 实验设计

## Design of Experiments (DOE)

### 实验设计

#### 1. 定义和介绍

实验设计(Design of Experiments)或设计实验(Designed Experiments)是一系列试验及分析方法集,通过有目的地改变一个系统的输入来观察输出的改变情况。图 1-1 示出一个系统示意图。图 1-1 中的系统既可以看作是一个产品开发过程,也可以看作是一个生产过程。对于一个生产过程,一般它是由一些机

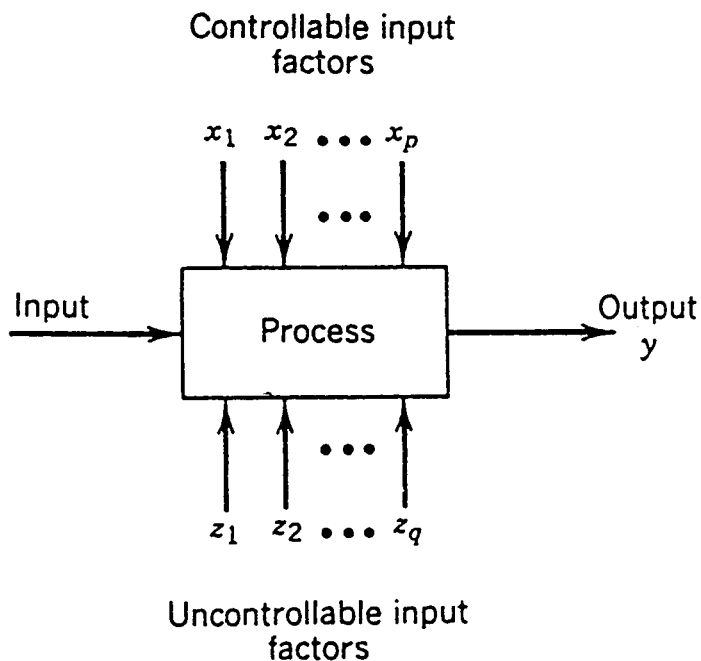


图 1-1 一个系统示意图: Input 输入; Output 输出; Controllable input factors 可控的输入参数  $x_1, x_2, \dots, x_p$ ; Uncontrollable input factors 不可控的输入参数  $z_1, z_2, \dots, z_q$ 。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

器、操作方法和操作人员所组成的,把一种输入原材料转变(加工)成某种输出产品。这种输出产品具有一些可以观察的质量特性,也可叫响应(例如,产量、强度、硬度等)。一些过程参数( $X_1, X_2, \dots, X_p$ )是可控的,例如进给速度、淬火温度等;而另一些( $Z_1, Z_2, \dots, Z_q$ )是不可控的,它们有时被称为**噪声参数**,例如环境温度、湿度等。

## 实验设计的目的可能包括:

- (1)确定哪些参数对响应的影响最大;
- (2)确定应把有影响的参数设定在什么水平,以使响应达到或尽可能靠近希望值(On target);
- (3)确定应把有影响的参数设定在什么水平,以使响应的分散度(或方差)尽可能减小。
- (4)确定应把有影响的参数设定在什么水平,以使不可控参数(噪声参数)对响应的影响尽可能减小。

因此,在制造过程的开发以及解决过程中出现的问题中都可以应用实验设计,以改善过程的性能,或者使过程对于外部波动源(干涉)不那么敏感,即得到一个“稳健”(Robust)的过程,同时还可节省时间和降低成本。所以,实验设计对于开发和改善制造过程,提高产品质量是一个非常重要的工程工具。

**除此之外,实验设计还可以在新产品开发或现有产品改进中起到很大作用:**

- (1)评价和比较不同设计方案;
- (2)评价代用材料;
- (3)确定影响性能的关键产品设计参数(KPC)。在这些领域应用实验设计可以改善产品的制造工艺性、增强服役性能和可靠性、降低产品成本和缩短产品开发周期。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

应该指出, 实验设计包括的内容很多, 有关的著作很厚, 例如, Design and analysis of experiments (Douglas C. Montgomery) 有 538 页, 本课程主要介绍在工业上得到较广泛应用的析因实验法、部分析因实验法(包括所谓正交实验法)——Factorial experiments, Fractional Factorial, and Taguchi Method。

所以, 在本课程中讲的实际上是狭义的实验设计, 即析因实验法和部分析因实验法。

## 2. 问题的提出——用实验的方法改进质量

在工程实践中经常碰到如下问题：

(1) 影响产品和产品制造过程性能的可能因素往往很多, 如何确定到底哪些因素是最有影响性的?

(2) 如何调整这些因素才能获得最佳效果?

对于上述问题, 工程计算和计算机模拟可以提供很有价值的结果, 可以告诉为获得最佳效果一些影响参数应取的数值以及一些影响参数与响应之间的基本关系。但是, 实际的产品及其制造过程都是很复杂的, 为能进行上述计算和模拟往往需要进行必要的简化, 这一般都会引入一定的分析误差。在这种情况下, 分析结果一般又都需要得到专门设计的实验的验证。应该指出, 进行上述计算和模拟的前提是要能找到描述影响参数与响应之间关系的工程方程(数学描述), 否则便无法进行上述计算和模拟。即使在这种情况下, 也可以应用实验的方法找到影响参数与响应之间的关系, 达到改进质量的目的。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

所以可以说,为获得高质量的产品,进行必要的实验是不可缺少的。而进行实验是需要付出代价的,往往代价较高,需要花费较多的人力、物力和时间。所以,如何合理设计实验,以便能以最小的代价获得尽可能多、而且可靠的有关产品及其制造过程的知识,从而达到改进质量的目的,是很重要的,也是很有学问的。

下面以一个实例来引出如何合理设计实验的问题。

## 实例: 制造弹簧

制造弹簧有一个工序是淬火,而淬火过程会使一些弹簧中出现裂纹,如何解决这个质量问题?

图 2-1 示出弹簧的淬火示意图。

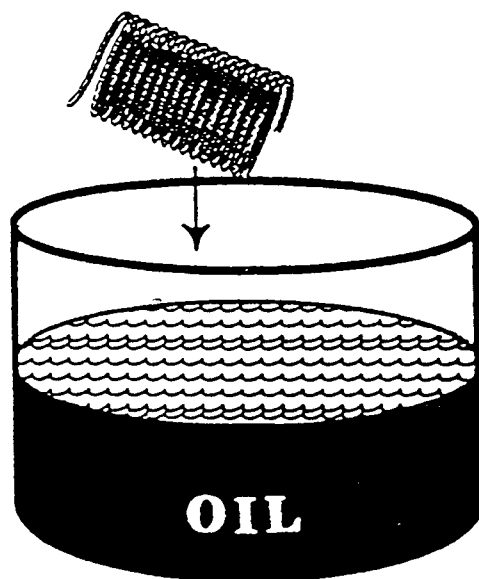


图 2-1 弹簧的淬火示意图。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

这个问题的实质是要提高经淬火后不含裂纹弹簧的比例。影响这种响应的输入因素包括哪些参数呢?根据以往的经验,有意义的输入因素包括弹簧被加热的温度(T); 弹簧钢的含碳量(C); 淬火用油的温度(O)。

解决这个问题,就是要找到参数 T、C 和 O 的最佳值,以使不含裂纹的弹簧比例(响应)达到最高。这个问题的最终解决要靠实验。但是,在开始作实验以前,最好能知道有意义的影响参数的大致数值或范围。如果存在工程方程描述影响参数与响应之间的关系,可以用计算机模拟来确定这种数值或范围。但如果没有这种工程方程,便无法利用计算机模拟,这时可以靠找前人总结的有关工程经验来确定这种数值或范围。教科书、专著、论文、工程手册等文献中便包含有很多这种工程经验。从有关的工程手册中查到,参数 T、C 和 O 应该取如下数值:

$$T = 1525^{\circ}\text{F}$$

$$C = 0.6\%$$

$$O = 95^{\circ}\text{F}$$

但是,它们是最佳值吗?怎么回答这个问题?只能用实验来回答这个问题。为什么从工程手册中查到的经验数据不一定是最佳值呢?这是因为这些经验数据都在一定条件下得出的,而你当前的问题未必与那些条件完全相符。

为了用实验回答上述问题,就必须设计一个合适的实验方法。而这个设计是否合理,直接关系到能够从这种实验中得到的知识有多少,以及需要花费的人力、物力和时间有多少。

实验中的参数选择基于从工程手册中查到的经验数据,在此基础上,把数据增大一些及减小一些,看有什么情况发生。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

## 3. 一种低效率的实验设计：一次只改变一个参数, 而其他参数都保持不变(One factor at a time)

例如, 仅改变弹簧温度  $T$ , 从  $1450^{\circ}\text{F}$  变到  $1600^{\circ}\text{F}$ , 而弹簧钢含碳量  $C$  和油温  $O$  保持不变—— $C=0.5\%$ ,  $O=70^{\circ}\text{F}$ 。

为考虑未知的不可控输入因素的影响, 在每个状态下各作 4 次重复试验。共作了 8 次试验。图 3-1 示出实验结果。可以看出,  $1600^{\circ}\text{F}$  是个较好的弹簧温度值, 其不含裂纹弹簧所占比例比  $1450^{\circ}\text{F}$  时高 5%。但是, 要注意得到这种结果的条件——含碳量  $C=0.5\%$ , 油温  $O=70^{\circ}\text{F}$ 。

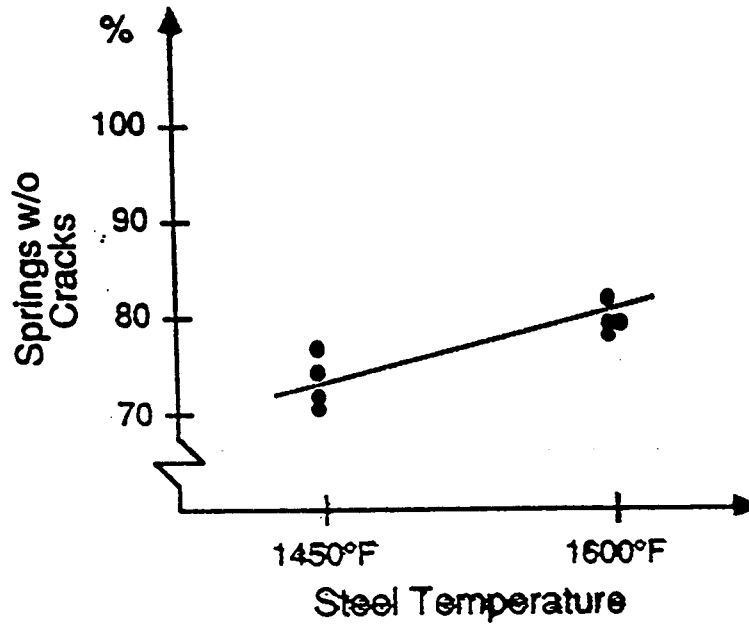
如果有人要问, 在  $C=0.7\%$  或  $O=120^{\circ}\text{F}$  的情况下把弹簧温度从  $1450^{\circ}\text{F}$  变到  $1600^{\circ}\text{F}$  能够使不含裂纹弹簧的比例提高同样的程度吗? 如何回答这个问题? 诚实的回答应是: 不知道。

为了以同样的方法研究不同含碳量的影响, 也需要另外再作 8 次试验(在每个含碳量水平各作 4 次重复性试验)。作完这些试验以后, 我们仅可知道对于特定的钢温度和油温组合, 当改变含碳量时系统的响应(不含裂纹弹簧所占比例)是如何可改变的。

为检验油温的作用, 又需要再作 8 次试验, 但也会碰到同样的困难。

## One Factor at a Time

For example, vary steel temperature:



	1450°F	1600°F	
	72	78	
% springs	70	77	
w/o cracks	75	78	
	77	81	
AVERAGE	73.5%	78.5%	⇒ difference=5%

From this we might conclude that 1600°F is the better temperature ...

图 3-1 弹簧淬火实验结果：一次只改变一个参数 T，而其他参数 (C、O) 都保持不变 (One factor at a time)

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

对于上述工程问题,采用“一次只改变一个参数”的方法进行实验,需要作 24 次试验。作完这些试验以后,我们所能得到的信息,也只是每个变量在其他两个变量取一定的组合的情况下的效应(作用)。并且我们对各个变量之间的相互作用一点儿都不了解。

为了提高实验的有效性,有人对实验设计方法进行了研究。在这一领域中的一个著名人物 Ronald A. Fisher, 是个英国人。他在本世纪 20 年代,提出了“同时改变所有参数”的实验设计思想,这种方法被称为**析因实验**或析因设计(Factorial Design)。

应用析因实验法对于上述弹簧淬火实验进行设计(三个参数,每个参数取两个水平),只需进行 8 次试验。而且,相对于“一次只改变一个参数”的实验方法,利用这 8 次试验可以得到更多的信息。

## 4. 析因实验设计 (Factorial Design)

现在,按 Fisher“同时改变所有参数”的想法来设计弹簧淬火实验。图 4-1 示出实验设计方案及实验的响应(结果)。其中,表中的每一行对应于一个试验;每一列对应一个参数的取值,一共有三个参数 T(弹簧加热温度)、C(含碳量)和 O(油温),每个参数各取两个水平。为使实验能反映每个参数的每个水平的所有组合情况,共需作 8 次试验,即  $2^3$ 。每个参数取两个水平的析因实验设计可以用一个立方体来表示,其每个尺度代表一个参数的变化轴线,其每个顶点代表一个试验,试验条件由其坐标表示,试验结果(响应)写在圆环之中——每个顶点与表中的一行相对应。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

Standard Order	T Steel Temp.	C Carbon	O Oil Temp.	Springs w/o cracks
1	1450	0.50	70	67%
2	1600	0.50	70	79%
3	1450	0.70	70	61%
4	1600	0.70	70	75%
5	1450	0.50	120	59%
6	1600	0.50	120	90%
7	1450	0.70	120	52%
8	1600	0.70	120	87%

Each line in the table corresponds to one single run. In the columns labeled T, C and O, it is indicated how the three factors should be adjusted.

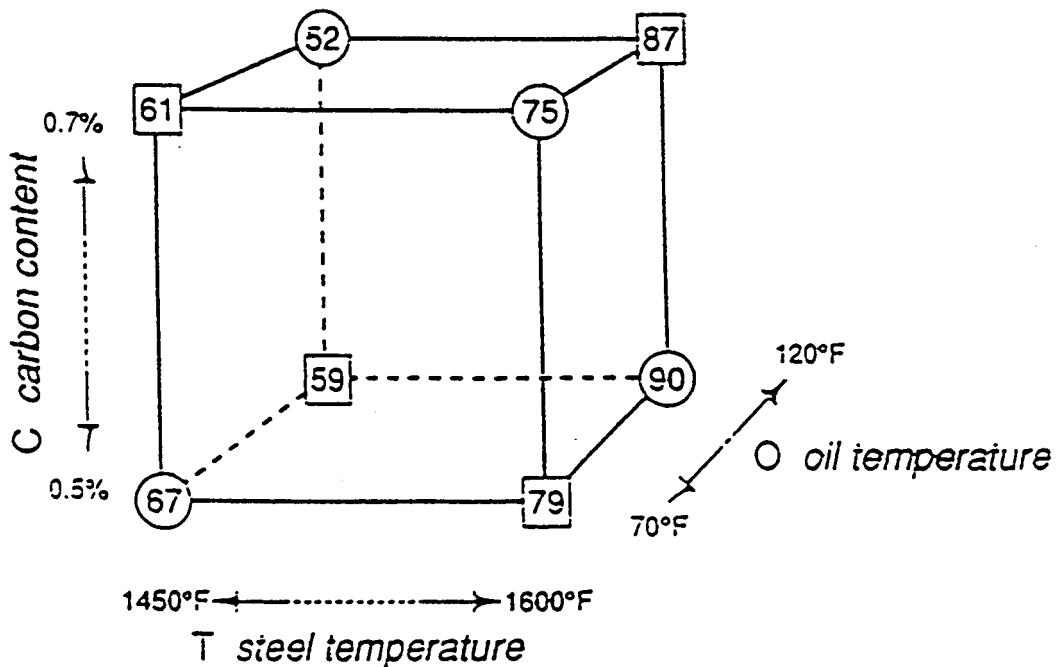


图 4-1 弹簧淬火的析因实验设计及实验响应

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 4-1 参数的主效应(Main effect)

参数的主效应：一个参数的水平改变时所引起的响应变化。

### 4-1-1 弹簧温度 T 的主效应

参见图 4-2, 当弹簧温度 T 从 1450°F 变到 1600°F 时, 响应共有 4 种变化情况, 每种变化情况分别与另外两个参数(即, 含碳量 C 和油温 O)的特定组合情况相对应。

弹簧温度 T 的主效应等于在上述 4 种情况中响应增量的平均值。通过分析图 4-2 中的公式符号, 可以看出, T 的主效应也等于当 T=1600°F (高水平)时的各个响应的平均值

$$T_h = (79 + 75 + 90 + 87) / 4 \quad (4-1)$$

减去当 T=1450°F (低水平)时的各个响应的平均值

$$T_l = (67 + 61 + 59 + 52) / 4 \quad (4-2)$$

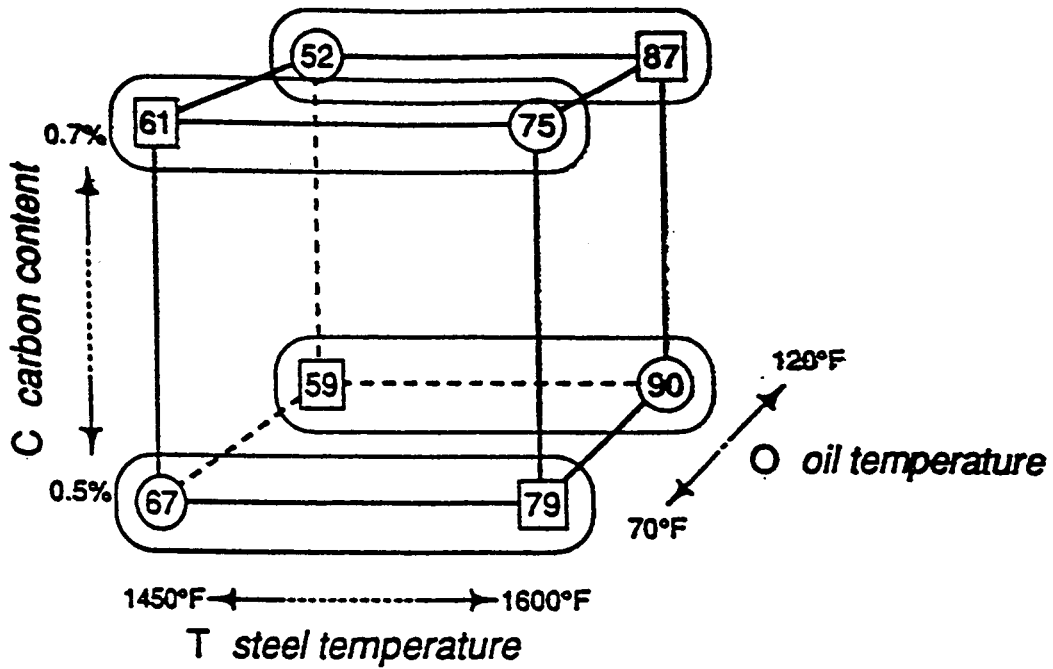
即, T 的主效应

$$T_m = T_h - T_l = (79 + 75 + 90 + 87 - 67 - 61 - 59 - 52) / 4 \quad (4-3)$$

由此可以抽象出, 一个参数 X 的主效应  $X_m$ , 等于当它取高水平时的所有响应的平均值  $X_h$  减去当它取低水平时的所有响应的平均值  $X_l$ , 即

$$X_m = X_h - X_l \quad (4-4)$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计



## Steel Temperature Effect:

$$\begin{array}{r}
 79 - 67 = 12 \\
 75 - 61 = 14 \\
 90 - 59 = 31 \\
 87 - 52 = 35 \\
 \hline
 \text{Average} = +23
 \end{array}$$

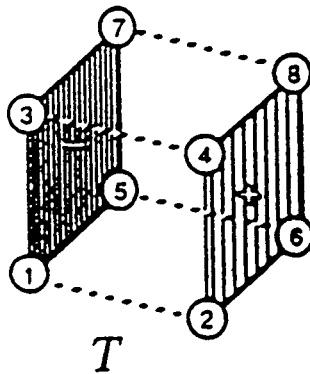


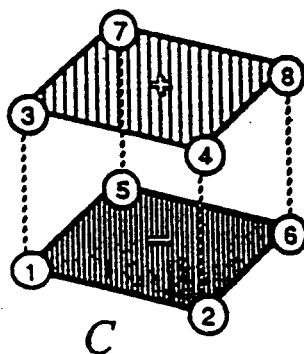
图 4-2 当弹簧温度  $T$  从  $1450^{\circ}\text{F}$  变到  $1600^{\circ}\text{F}$  时, 响应共有 4 种变化情况, 每种变化情况分别与另外两个参数(即, 含碳量  $C$  和油温  $O$ ) 的特定组合情况相对应。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 4-1-2 含碳量 C 和油温的主效应

利用上述结论,可以容易地求出含碳量 C 和油温 O 的主效应。参见图 4-3.

### Top-Bottom: Carbon Effect



### Back-Front: Oil Temperature Effect

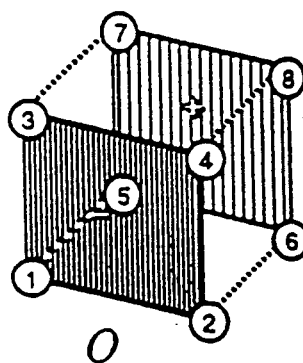


图 4-3 含碳量 C 和油温 O 的主效应 (Carbon effect, Oil temperature effect)。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

下面是计算结果:

$$\begin{aligned} C_m &= C_h - C_l = (61 + 52 + 87 + 75) / 4 - (67 + 59 + 90 + 79) / 4 = \\ &= 68.75 - 73.75 = -5.0 \end{aligned} \quad (4-5)$$

$$\begin{aligned} O_m &= O_h - O_l = (59 + 52 + 87 + 90) / 4 - (67 + 61 + 75 + 79) / 4 = \\ &= 72 - 70.5 = +1.5 \end{aligned} \quad (4-6)$$

## 4-2 相互作用效应(Interaction effects)

首先研究一下: (1)当油温  $O=70^\circ\text{F}$  时, 弹簧温度  $T$  的效应; (2)当油温  $O=120^\circ\text{F}$  时, 弹簧温度  $T$  的效应。参见图 4-4 和图 4-5。

可以看出, 当油温  $O$  不同时, 弹簧温度  $T$  的效应(响应增量的均值)是不同的, 即  $T$  的效应取决于油温。

因此, 两个参数  $A$  和  $B$  的相互作用是指,  $A$  的作用取决于  $B$  的水平, 同样也可以说,  $B$  的取决于  $A$  的水平。

在上述弹簧淬火例子中, 弹簧温度  $T$  与油温  $O$  的相互作用的计算方法如下:

(1)当  $O=120^\circ\text{F}$ ,  $T$  的效应

$$((90 - 59) + (87 - 52)) / 2 = (31 + 35) / 2 = 33 \quad (4-7)$$

(2)当  $O=70^\circ\text{F}$  时,  $T$  的效应

$$((79 - 67) + (75 - 61)) / 2 = (12 + 14) / 2 = 13 \quad (4-8)$$

$$\text{相互作用 } T \times O = (33 - 13) / 2 = 10 \quad (4-9)$$

## Interaction Effects

Steel Temperature Effect:

$$\begin{aligned} 79 - 67 &= \boxed{12} \\ 75 - 61 &= \boxed{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 90 - 59 &= \boxed{31} \\ 87 - 52 &= \boxed{35} \end{aligned}$$

---

$$\text{Average} = +23$$

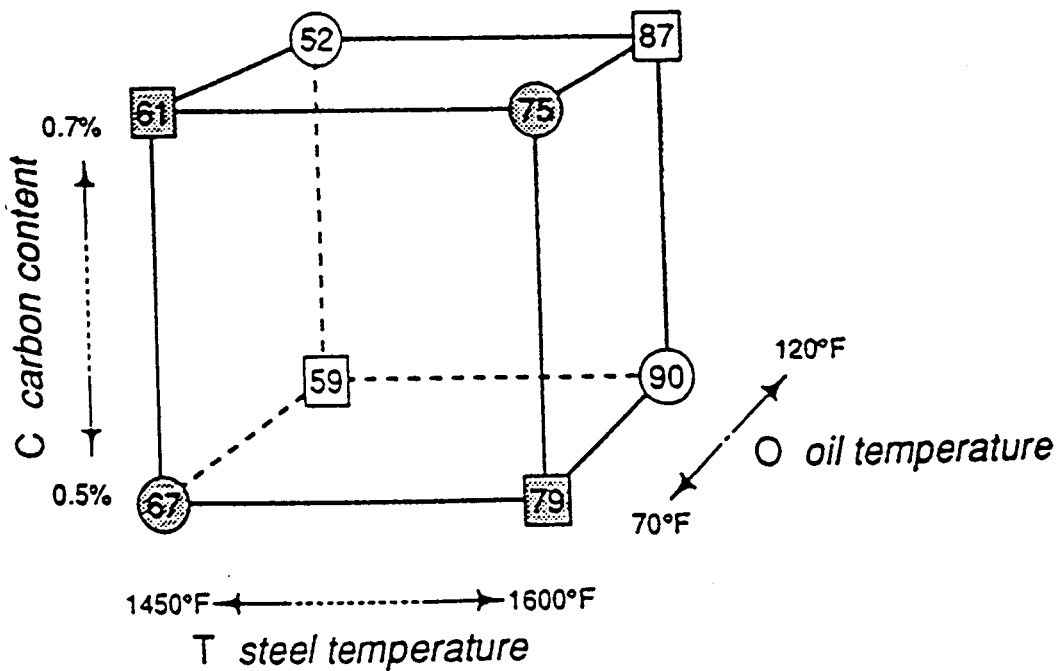


图 4-4 弹簧温度 T 的作用取决于油温 O

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

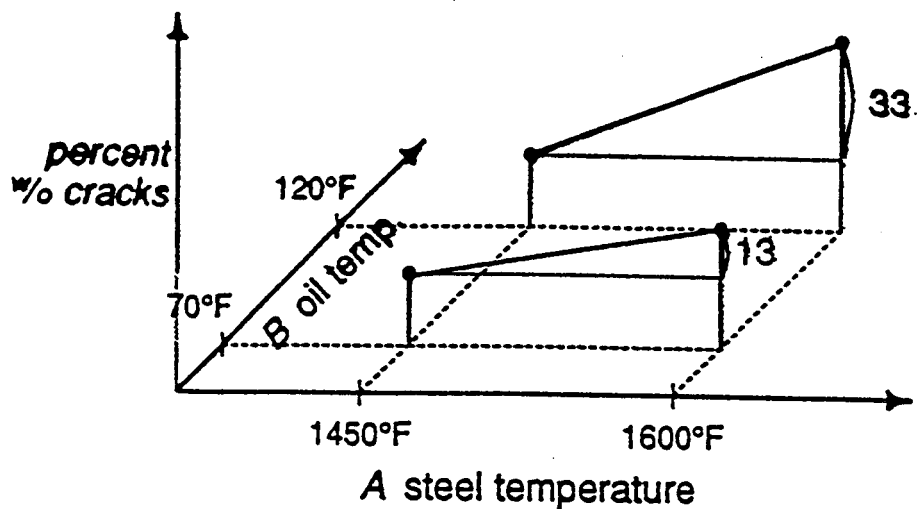


图 4-5 T 与 O 的相互作用

另有

$$T \times O = \left( \left( (90 - 59) + (87 - 52) \right) / 2 - \left( (79 - 67) + (75 - 61) \right) / 2 \right) / 2 = (90 + 87 + 67 + 61 - 59 - 52 - 79 - 75) / 4 \quad (4-10)$$

采用类似的方法可以计算  $T \times C$  和  $C \times O$  ，参见图 4-6。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

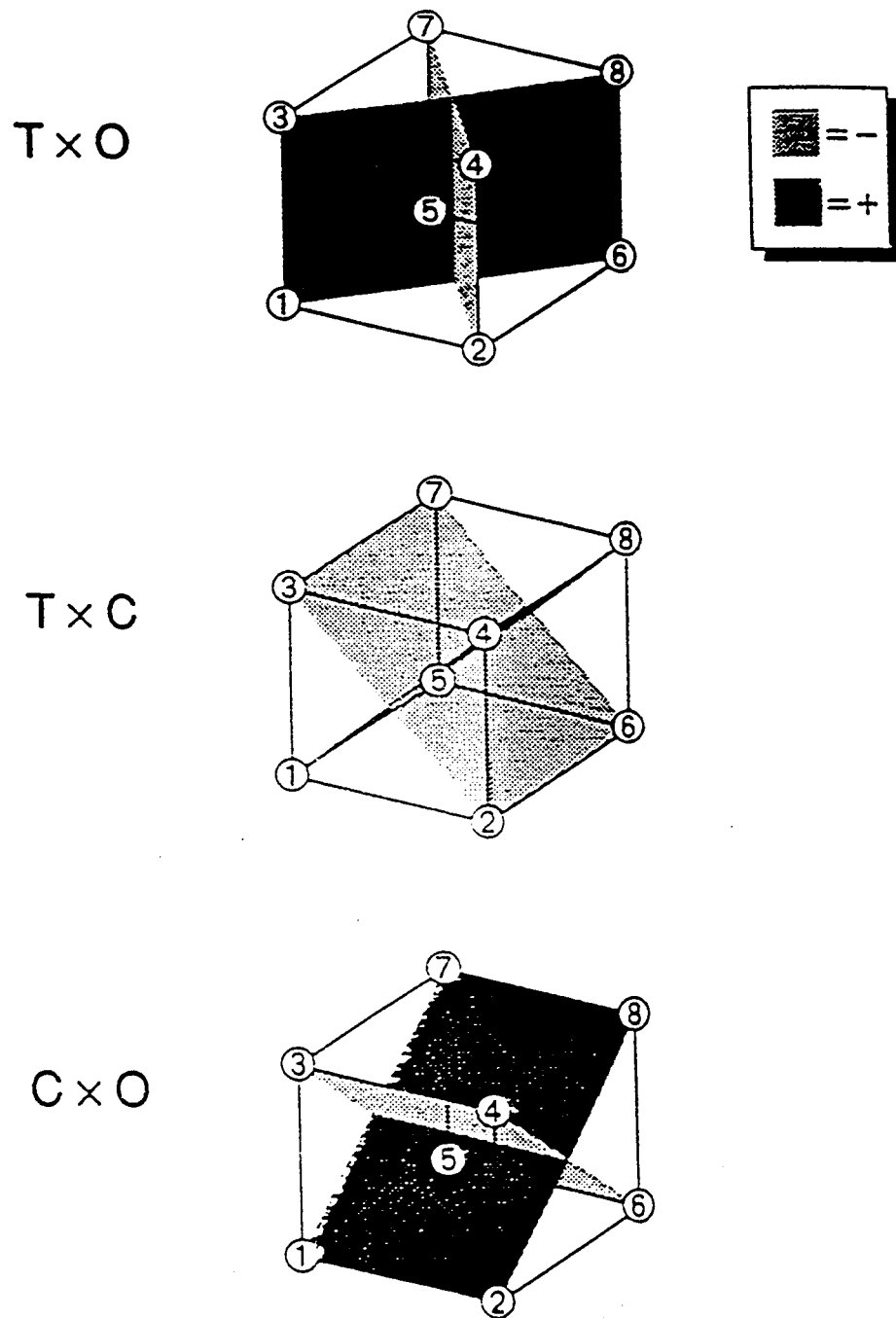


图 4-6 相互作用  $T \times O$ 、 $T \times C$  和  $C \times O$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 4-3 三参数相互作用

再观察 T×O 相互作用计算公式

$$T \times O = \left( \frac{(90 - 59) + (87 - 52)}{2} - \frac{(79 - 67) + (75 - 61)}{2} \right) / 2 \quad (4-11)$$

再参见图 4-4 可以看出,

(1) 当 C=0.7% 时, T×O 相互作用为

$$(87 - 52) / 2 - (75 - 61) / 2 = 17.5 - 7.0 = 10.5 \quad (4-12)$$

(2) 当 C=0.5% 时, T×O 相互作用为

$$(90 - 59) / 2 - (79 - 67) / 2 = 15.5 - 6.0 = 9.5 \quad (4-13)$$

而三个参数 T, O, C 的相互作用

$$T \times O \times C = (10.5 - 9.5) / 2 = 0.5 \quad (4-14)$$

另有

$$T \times O \times C = \left( \frac{(87 - 52) / 2 - (75 - 61) / 2 - (90 - 59) / 2 + (79 - 67) / 2}{2} \right) / 2 = (87 + 61 + 59 + 79 - 52 - 75 - 90 - 67) / 4 \quad (4-15)$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 4 - 4 更一般的符号表示法

参见图 4-7。其中,每个参数都有两个水平,把其中较低的水平记作“ - ”,较高水平记作“ + ”。各个响应依次用  $y_1, y_2, \dots, y_8$  表示。

### A More Comprehensive Notation:

Standard Order	$T$	$C$	$O$	Response
1	1450 -	0.5 -	70 -	$y_1 = 67\%$
2	1600 +	0.5 -	70 -	$y_2 = 79\%$
3	1450 -	0.7 +	70 -	$y_3 = 61\%$
4	1600 +	0.7 +	70 -	$y_4 = 75\%$
5	1450 -	0.5 -	120 +	$y_5 = 59\%$
6	1600 +	0.5 -	120 +	$y_6 = 90\%$
7	1450 -	0.7 +	120 +	$y_7 = 52\%$
8	1600 +	0.7 +	120 +	$y_8 = 87\%$

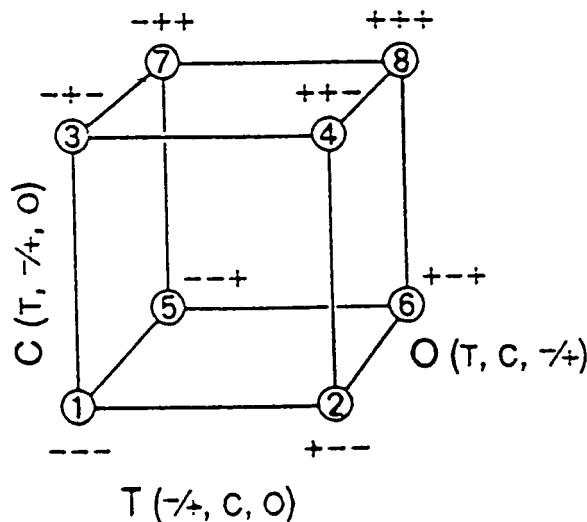


图 4-7 实验设计的更一般的符号表示法

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

下面再观察各参数的主效应的计算公式

(1) 主效应

首先看 T 的主效应

$$\begin{aligned} T_m &= T_h - T_l = (y_2 + y_4 + y_6 + y_8) / 4 - (y_1 + y_3 + y_5 + y_7) / 4 = \\ &= (-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8) / 4 = \\ &= (- + - + - + - +) / 4 \\ &\quad (4-16) \end{aligned}$$

再看图 4-7, 可以看出, 这与图 4-7 中 T 列的符号相同。

与此类似,

$$C_m = (- - + + - - + +) / 4 \quad (4-17)$$

$$O_m = (- - - - + + + +) / 4 \quad (4-18)$$

(2) 相互作用(参见图 4-8):

首先观察,  $T \times O$  的效应,

$$\begin{aligned} T \times O &= (90 + 87 + 67 + 61 - 59 - 52 - 79 - 75) / 4 = \\ &= (y_6 + y_8 + y_1 + y_3 - y_5 - y_7 - y_2 - y_4) / 4 = \\ &= (y_1 - y_2 + y_3 - y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8) / 4 = \\ &= (+ - + - - + - +) / 4 \quad (4-19) \end{aligned}$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

参见图 4-8, 可以看出,  $T \times 0$  列(符号)是由 T 列与 0 列相乘得到的。

与此类似,

$$T \times C = (+ - - + + - - +) / 4 \quad (4-20)$$

$$C \times 0 = (+ + - - - - + +) / 4 \quad (4-21)$$

RUN #	$\bar{Y}$	T	C	0	TC	T0	C0	TC0	Yi
1	+	-	-	-	+	+	+	-	Y1
2	+	+	-	-	-	-	+	+	Y2
3	+	-	+	-	-	+	-	+	Y3
4	+	+	+	-	+	-	-	-	Y4
5	+	-	-	+	+	-	-	+	Y5
6	+	+	-	+	-	+	-	-	Y6
7	+	-	+	+	-	-	+	-	Y7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	Y8

图 4-8 析因实验设计表

再观察三参数相互作用  $T \times 0 \times C$ ,

$$\begin{aligned} T \times 0 \times C &= (87+61+59+79-52-75-90-67) / 4 = \\ &= (y_8+y_3+y_5+y_2-y_7-y_4-y_6-y_1) / 4 = \\ &= (-y_1+y_2+y_3-y_4+y_5-y_6-y_7+y_8) / 4 = \\ &= (- + + - + - - +) / 4 \end{aligned} \quad (4-22)$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

从图 4-8 可以看出,  $T \times O \times C$  列(符号列)由 T 列、O 列和 C 列相乘得到。

在图 4-8 中还有总的平均列, 其符号均为“+”, 计算总的平均  $y_a$  要用到此列。

$$y_a = (+ + + + + + + +) / 8 \quad (4-23)$$

## 4-5 析因实验设计的理解

问题: 前述各参数的主效应和相互作用到底是何含义?

首先观察公式

$$y = a_0 + a_1 \cdot X_T + a_2 \cdot X_C + a_3 \cdot X_O + a_4 \cdot X_T \cdot X_C + a_5 \cdot X_T \cdot X_O + a_6 \cdot X_C \cdot X_O + a_7 \cdot X_T \cdot X_C \cdot X_O \quad (4-24)$$

这个公式的含义是, 响应  $y$  (不含裂纹弹簧的比例) 可以表为参数  $T, C, O$  的函数。其中,

$$X_T = (T - (T_+ + T_-) / 2) / ((T_+ - T_-) / 2) = (2T - (T_+ + T_-)) / (T_+ - T_-) \quad (4-25)$$

$$X_C = (C - (C_+ + C_-) / 2) / ((C_+ - C_-) / 2) = (2C - (C_+ + C_-)) / (C_+ - C_-) \quad (4-26)$$

$$X_O = (O - (O_+ + O_-) / 2) / ((O_+ - O_-) / 2) = (2O - (O_+ + O_-)) / (O_+ - O_-) \quad (4-27)$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

响应  $y$  表达式中的系数  $a_0, a_1, \dots, a_7$  又是什么呢?

$$a_0 = \bar{y}$$

$$a_1 = T_m/2$$

$$a_2 = C_m/2$$

$$a_3 = O_m/2$$

$$a_4 = T \times C/2$$

$$a_5 = T \times O/2$$

$$a_6 = C \times O/2$$

$$a_7 = T \times O \times C/2$$

实质上前述各主效应和相互作用都是平均变化量,  $a_1, \dots, a_7$  可以看作是变化斜率, 而参数  $T, C, O$  以及相互作用  $T \times C, T \times O, C \times O, T \times O \times C$  (可以看作参数) 的变化范围都是从 “—” (-1) 变到 “+” (+1), 变化范围都是 2, 所以系数  $a_1, \dots, a_7$  都是相应的主效应或相互作用除以 2。由此可见, 主效应和相互作用, 实质上与响应表达式中的系数紧密相联。  $a_0$  比较特殊, 是响应的总平均值  $\bar{y}$ 。

## 4-6 多于三个参数的析因实验(二水平)设计

4 个参数,  $2^4$  析因实验(二水平)设计, 图 4-9。

5 个参数,  $2^5$  析因实验(二水平)设计, 图 4-10。

可以看出, 随着参数的增多, 试验次数成倍增多。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

Data obtained in a process development study arranged in standard (Yates) order

observation number					conversion (%)	order of runs	variable		
	1	2	3	4				-	+
1	-	-	-	-	71	(8)	1 catalyst charge (lb)	10	15
2	+	-	-	-	61	(2)	2 temperature (°C)	220	240
3	-	+	-	-	90	(10)	3 pressure (psi)	50	80
4	+	+	-	-	82	(4)	4 concentration (%)	10	12
5	-	-	+	-	68	(15)			
6	+	-	+	-	61	(9)			
7	-	+	+	-	87	(1)			
8	+	+	+	-	80	(13)			
9	-	-	-	+	61	(16)			
10	+	-	-	+	50	(5)			
11	-	+	-	+	89	(11)			
12	+	+	-	+	83	(14)			
13	-	-	+	+	59	(3)			
14	+	-	+	+	51	(12)			
15	-	+	+	+	85	(6)			
16	+	+	+	+	78	(7)			

图 4-9 4 个参数,  $2^4$  析因实验(二水平)设计

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

**Results from 2<sup>5</sup> factorial design, reactor example**

variable	-	+
1 feed rate (liters/min)	10	15
2 catalyst (%)	1	2
3 agitation rate (rpm)	100	120
4 temperature (°C)	140	180
5 concentration (%)	3	6

run	variable					response (% reacted)
	1	2	3	4	5	y
1	-	-	-	-	-	61
*2	+	-	-	-	-	53
*3	-	+	-	-	-	63
4	+	+	-	-	-	61
*5	-	-	+	-	-	53
6	+	-	+	-	-	56
7	-	+	+	-	-	54
*8	+	+	+	-	-	61
*9	-	-	-	+	-	69
10	+	-	-	+	-	61
11	-	+	-	+	-	94
*12	+	+	-	+	-	93
13	-	-	+	+	-	66
*14	+	-	+	+	-	60
*15	-	+	+	+	-	95
16	+	+	+	+	-	98
*17	-	-	-	-	+	56
18	+	-	-	-	+	63
19	-	+	-	-	+	70
*20	+	+	-	-	+	65
21	-	-	+	-	+	59
*22	+	-	+	-	+	55
*23	-	+	+	-	+	67
24	+	+	+	-	+	65
25	-	-	-	+	+	44
*26	+	-	-	+	+	45
*27	-	+	-	+	+	78
28	+	+	-	+	+	77
*29	-	-	+	+	+	49
30	+	-	+	+	+	42
31	-	+	+	+	+	81
*32	+	+	+	+	+	82

图 4-10 5 个参数, 2<sup>5</sup> 析因实验(二水平)设计

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

## 4-7 析因实验的优点

1. 与一次只改变一个参数的实验方法相比,可以减少试验次数(24: 8)
- 2 可以观察参数间的相互作用
3. 得到的结果适用范围更广——主效应和相互作用是在各参数各种可能的组合的情况下得到的,与实际情况较接近。

## 4-8 课堂例题分析

4-8-1 例题 1: 设计一个实验,研究合金元素镍(Ni)和锰(Mn)的含量对材料(合金钢)拉伸强度的影响。这个实验目的在于为铸造厂提供生产合金钢的参数。

### 一、确定影响参数和响应:

影响参数: (1) 镍含量 N

(2) 锰含量 M

响应: 拉伸强度  $Y(1b/in^2)$

### 二、确定影响参数改变的水平数

每个影响参数各取两个水平, 其中

$N_- = 0\%$  ,  $N_+ = 3\%$

$M_- = 1\%$  ,  $M_+ = 2\%$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 三、写出析因实验设计表

标准试验次序	Mean	N	M	NM	拉伸强度
1	+	-	-	+	35
2	+	+	-	-	46
3	+	-	+	-	42
4	+	+	+	+	40

这是一个 2 参数、每个参数取 2 个水平的析因实验, 共需作试验  $2^2=4$  次。

## 四、画实验设计的几何示意图

对于三参数的实验设计, 几何示意图是三维的立方体(见图 4-1), 三个参数的变化各以一个轴线(尺度)表示。对于二参数的实验设计, 几何示意图是个平面矩形, 每个轴线各表示一个参数的变化, 其每个顶点表示一个试验, 在顶点上写上对应的响应, 见图 4-11。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

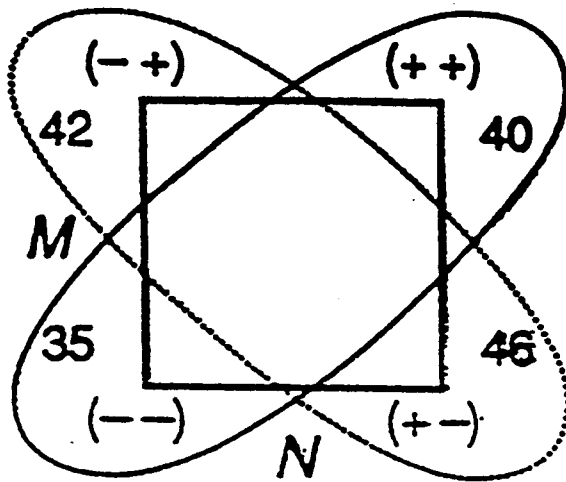


图 4-11 二参数的实验设计的几何示意图。

## 五、计算主效应和相互作用

## 六、写出响应的表达式

4-8-2 例题 2: 有一个公司,它为汽车工业生产压铸零件。为提高产品质量,工程师研究了对铸造产品成品率有明显影响的因素。经过集思广议 (Brainstorming), 找出了可能对铸造成品率有明显影响的因素:

- (1) 金属温度 M
- (2) 压铸模温度 D
- (3) 合金类型 A (主要是含镍 Ni 量)

这些因素对响应(铸造成品率)的影响到底如何呢?这类问题只能通过做试验来回答。为了高效率地进行这类试验,采用什么方法呢?析因实验法。假设,采用 2 水平析因实验法进行这种试验。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

## 一、确定影响参数和响应

影响参数: (1)金属温度 M

(2)压铸模温度 D

(3)合金类型 A

响应: 铸造成品率

## 二、确定影响参数改变的水平

每个影响参数各取两个水平, 即

$M_- = \text{low}$  ,  $M_+ = \text{high}$

$D_- = \text{low}$  ,  $D_+ = \text{high}$

$A_- = 0.5\% \text{ Ni}$  ,  $A_+ = 0.8\% \text{ Ni}$

## 三、写出析因实验设计表

参见图 4-12. 这个表其实是实验方案, 更重要的是按照这个方案去进行实际的实验——这要花代价的, 有时要求暂停生产过程。但是, 由于有助于改善质量, 所以花这样的代价是值得的。做完试验后, 把试验结果(响应)填入实验设计表。

## 四、画实验设计的几何示意图(参见图 4-13)

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

Standard Order	M	D	A	# good parts
1	-	-	-	60
2	+	-	-	77
3	-	+	-	59
4	+	+	-	68
5	-	-	+	57
6	+	-	+	83
7	-	+	+	45
8	+	+	+	85

M: metal temperature (low, high) = 7+

D: die temperature (low, high) = 7+

A: alloy (type 1, type 2) = 7+

run #	mean	M	D	A	MD	MA	DA	MDA	# good parts
1	+	-	-	-	+	+	+	-	60
2	+	+	-	-	-	-	+	+	77
3	+	-	+	-	-	+	-	+	59
4	+	+	+	-	+	-	-	-	68
5	+	-	-	+	+	-	-	+	57
6	+	+	-	+	-	+	-	-	83
7	+	-	+	+	-	-	+	-	45
8	+	+	+	+	+	+	+	+	85

mean = 66.75

MD = 1.5

M = 23

MA = 10

D = -5.0

DA = 0

A = 1.5

MDA = 5.5

图 4-12 析因实验设计表

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

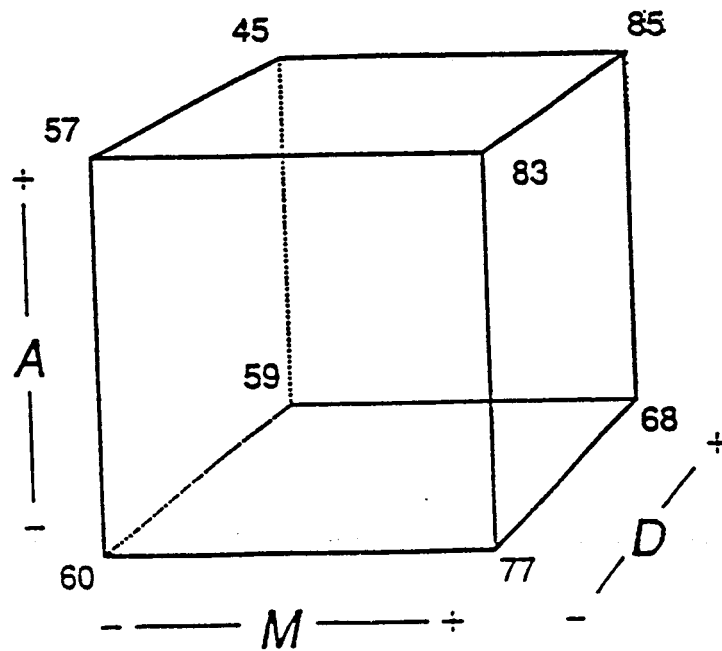


图 4-13. 析因实验设计几何示意图

五、计算主效应和相互作用

六、根据计算得到的主效应和相互作用, 设计新的实验, 寻找最佳的影响因素组合

本题的最佳目标是响应(成品率)最大。图 4 - 14 示出新的实验设计。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

Increase  $M = (+)$  and  $A = (+)$ . Run a new experiment using old  $M = +$  as new  $-$  and old  $A = +$  as new  $-$ . Use this new experiment to obtain more information on the effect of  $D$ .

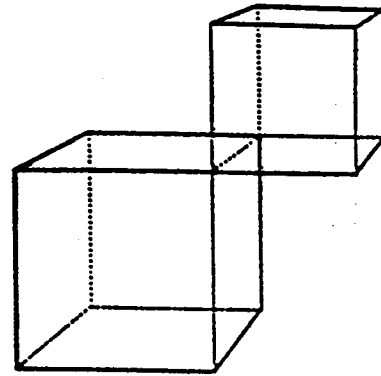


图 4-14 新的实验设计

## 5. 实验分组 (Blocking) 和试验次序的随机化 (Randomization)

在现实世界中, 实验都是在有噪声的环境中进行的, 这种环境会对实验结果造成影响, 降低实验精度。为尽量减小这种影响, 实验分组和试验次序的随机化是两个重要的措施。

### 5-1 实验分组 (Blocking)

首先看一个例子: 图 5-1 示出一个  $2^3$  的析因实验, 共需作  $2^3=8$  次试验。但是, 假设每天只能作 4 次试验, 如何安排实验——哪 4 次试验今天作, 哪 4 次试

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

验明天作。一般来说,在时间上或空间上越靠近,试验受到的环境影响越相近,这便是实验分组的理论根据。

## Example: Quenching

Suppose that only four experimental runs can be made in a single day.

Run #	T Steel Temp.	C Carbon	O Oil Temp.	Springs w/o cracks	Day Run
1	-	-	-	67%	1
2	+	-	-	79%	2
3	-	+	-	61%	2
4	+	+	-	75%	1
5	-	-	+	59%	2
6	+	-	+	90%	1
7	-	+	+	52%	1
8	+	+	+	87%	2

图 5-1 一个  $2^3$  的析因实验

图 5-2 示出对这个问题的实验分组,其中正方形表示在第 2 天进行的试验,圆形表示在第一天进行的试验。注意:在左侧平面和右侧平面上各有两次试验都在第二天进行。应用这样平衡的设计,对于计算主效应,甚至对于计算相互作用都可以消除在不同天中作试验所带来的系统误差。但对  $T \times O \times C$  不能消除上述系统偏差。如果把试验天次也看成一个影响因素 D (参见图 5-3),以第一天作为  $D_-$ ,以第二天作为  $D_+$ ,可以看出 TCO 列与 D 列完全相同,即

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

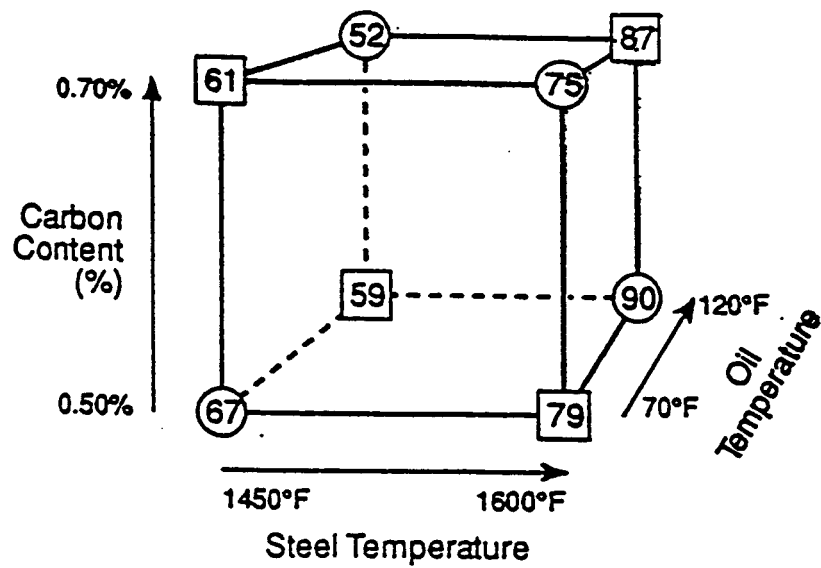


图 5-2 实验分组

$$T \times O \times C = (- + + - + - - +) \quad (5-1)$$

$$D = (- + + - + - - +) \quad (5-2)$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

RUN #	T	C	O	TC	TO	CO	TCO	D	Yi
1	-	-	-	+	+	+	-	- (1)	Y1
2	+	-	-	-	-	+	+	+	(2) Y2
3	-	+	-	-	+	-	+	+	(2) Y3
4	+	+	-	+	-	-	-	- (1)	Y4
5	-	-	+	+	-	-	+	+	(2) Y5
6	+	-	+	-	+	-	-	- (1)	Y6
7	-	+	+	-	-	+	-	- (1)	Y7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	(2) Y8

图 5 - 3 实验分组(D - 试验天次)

所以, D 的效应与 TCO 的效应被混淆起来, 即计算出的三参数相互作用 TCO 实际上也包含了 D 的效应.

这种实验分组法最早是由 Fisher 提出的, 其目的在于平衡或消除不均匀的影响, 例如不同天之间、机器之间、批次之间、班之间的差异。其实际意义在于提高计算的效应的准确度, 不进行实验分组, 环境的噪声有可能掩盖住一些重要的效应, 使得难以发现它们。但是要注意, 在实验分组情况下, 最高阶的相互作用与不均匀性因素发生了混淆。

有一条经验: 如果析因实验中的试验次数多于了 8 次, 一般需要进行实验分组。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

## 5-2 试验次序的随机化(Randomization)

进行完实验分组以后,在每一组中需要作若干试验,它们之间在时间或空间上都有一定间隔。如果在其中存在某种趋势性的环境影响,则试验次序不同,试验结果所受到的影响也不同。为克服这类未知的趋势性的环境影响,对每组实验中的试验次序进行随机化是一种有效措施。

确定随机试验次序的一个方法:

- (1) 制作 4 张相同的纸片,依次写上数码 1, 2, 3, 4, 代表按标准次序应作的各个试验。
- (2) 把它们仔细地混合。
- (3) 随机抽取上述纸片,确定试验次序:如果第一次抽出的是写着号码 3 的纸片,则第一次试验是作按标准次序在第 3 次才应作的试验。

## 6. 析因实验的图分析法

如前所述,通过对析因实验的试验结果进行分析可以得到各参数的主效应和相互作用。但是,所有试验都是在有噪声的环境中进行的。虽然通过采用实验分组(Blocking)和试验次序随机化(Randomization)可以在一定程度上抑制环境噪声对实验结果的影响,但不能完全消除,求得的主效应和相互作用都受到不同程度的影响。所有参数的计算主效应和相互作用都是在其真值的基础上再迭加上环境噪声的影响。一些参数原本对响应没什么影响,其主效应或相互作用本应为零,但由于环境噪声的影响,计算出的这些主效应和相互作用一般并不等于零。它们完全是环境噪声引起的。另一些参数对响应有明显的影 响,其主效应或相互作用本不为零,其计算结果便是在此基础之上再迭加上

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

环境噪声的影响。那么, 如何来区分这两类主效应和相互作用呢?

应用正态分布图来达到此目的。图 6-1 示出正态分布图。

## What is a normal plot?

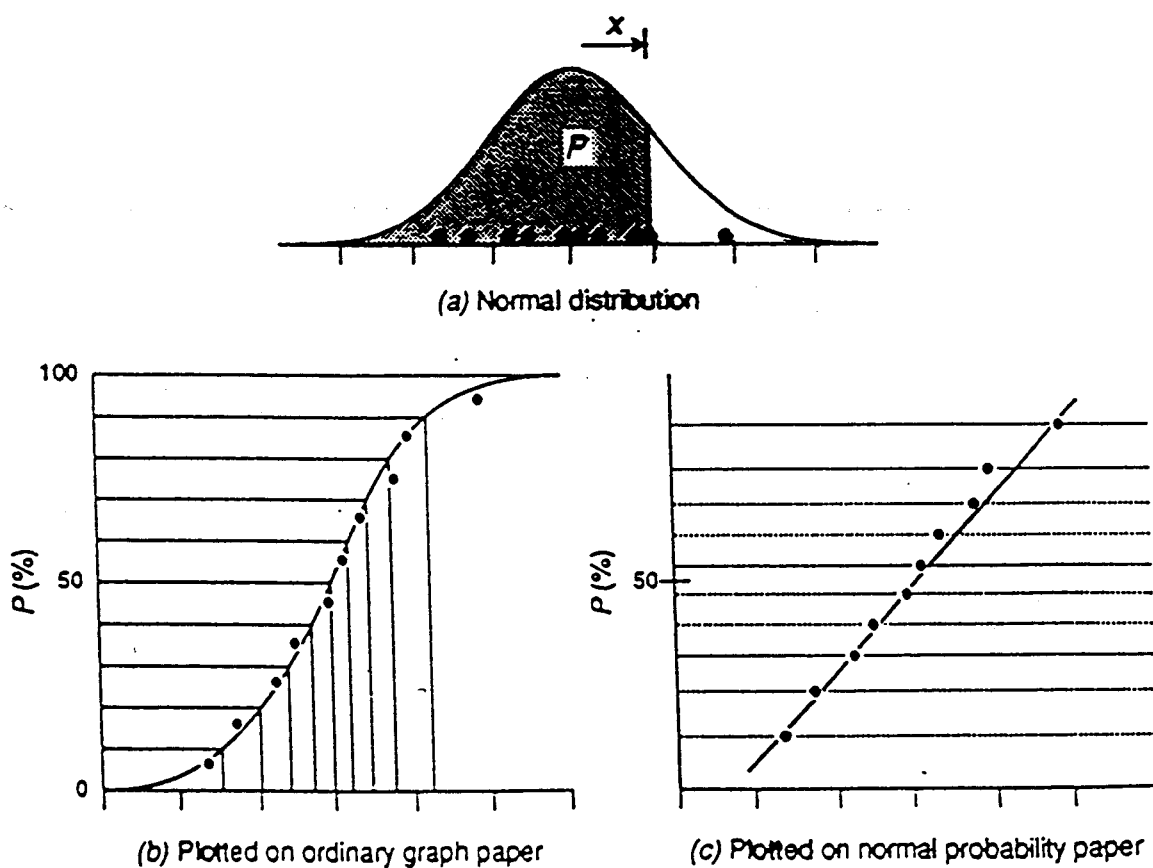


图 6-1 正态分布图

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

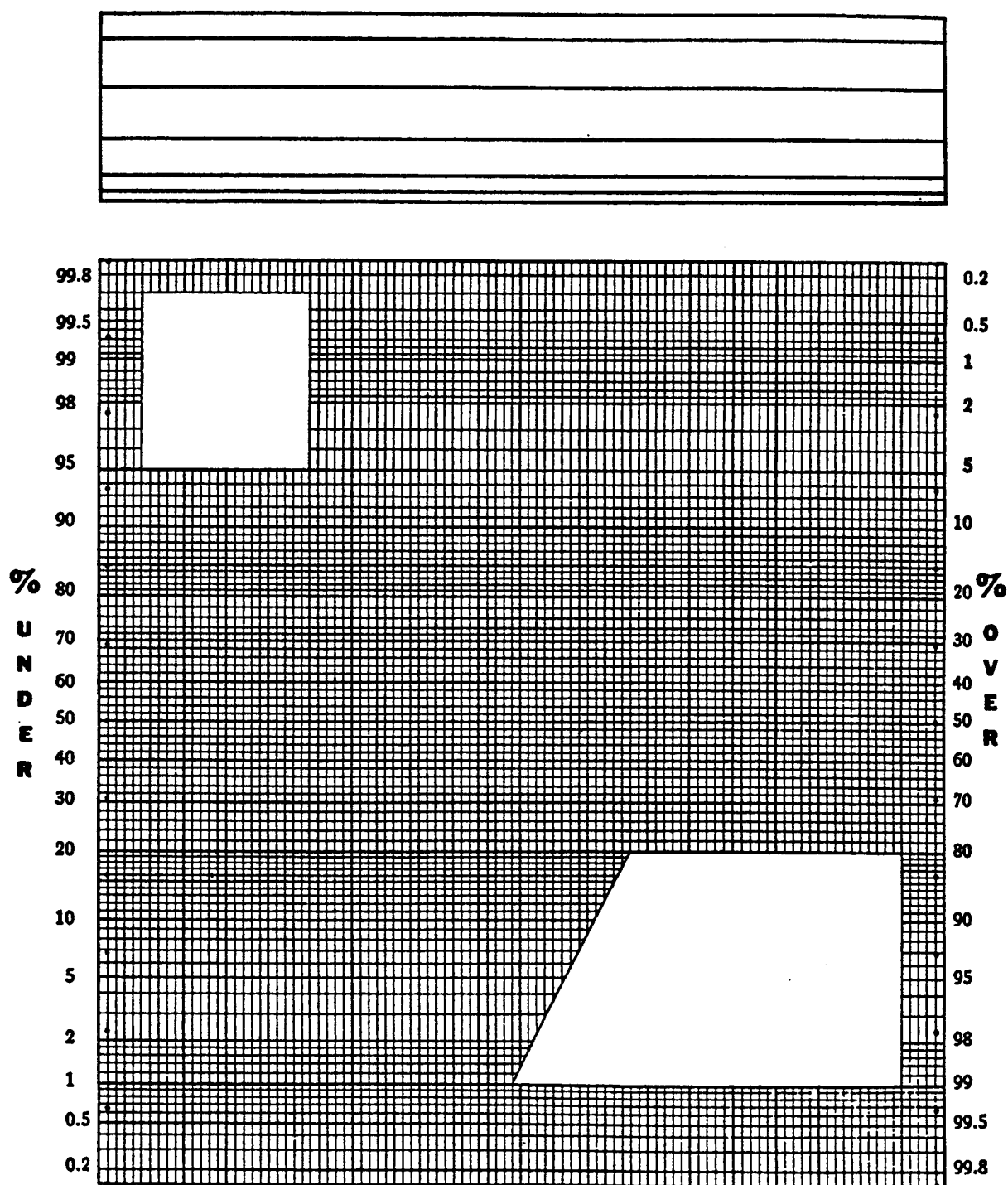
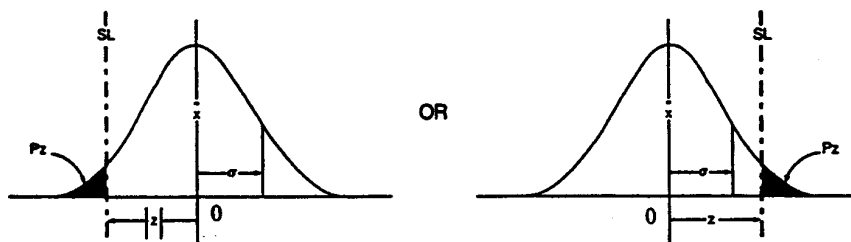


图 6-1 (a) 正态概率纸

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 标准正态分布函数表

(表中所列数据为面积  $P_z$ )



$ z $	x.x0	x.x1	x.x2	x.x3	x.x4	x.x5	x.x6	x.x7	x.x8	x.x9
4.0	.00003									
3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2297	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

图 6-1 (b) 标准正态分布函数表

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

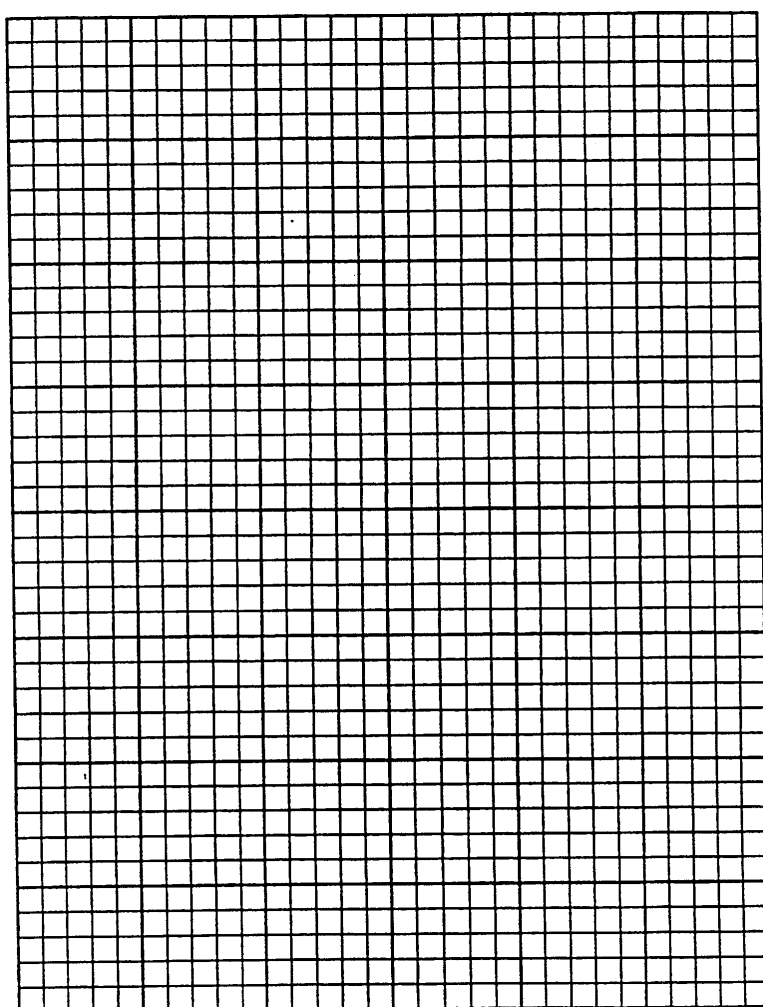
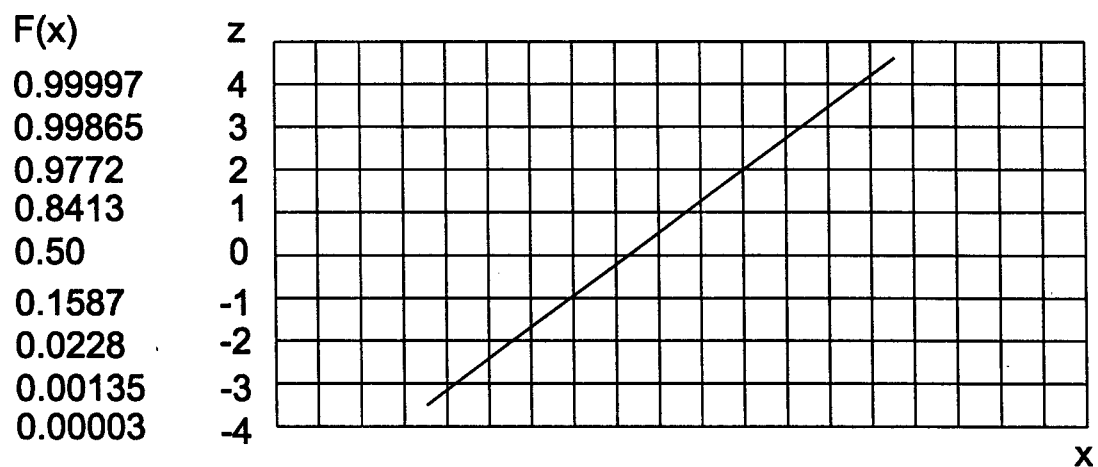


图 6-1 (c) 正态概率纸的制作

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

为什么能够应用正态分布图来区分上述两类主效应和相互作用呢?这是因为

(1)多个随机变量的均值更加接近服从正态分布(《概率论与数理统计》中的中心极限定理)。

(2)主效应和相互作用都是两个均值之差,所以它们比较接近服从正态分布。

另外,值得注意的是,各个参数的主效应和相互作用都是由相同的响应值进行加、减运算,再取平均得到的,可以认为它们的正态分布方差是相同的,只是均值不同。服从均值为零(或均值绝对值很小)的分布的主效应或相互作用可以认为是完全由环境噪声所引起的,可以认为它们是没有意义的,是可以忽略的。而其他的主效应或相互作用可以认为是有意义的。

下面以一个例子来说明如何利用正态分布图来进行分析。

图 6-2 示出一个  $2^4$  的析因实验设计及其正态分析的数据计算表。在这个数据计算表中,主要是计算正态分布函数的估计值  $P$ 。获得这个表的步骤如下:

(1)按图 6-2 示出的实验设计进行试验,并计算各个参数的主效应和相互作用,共有 15 个,它们是  $A, B, C, D, AB, AC, AD, BC, BD, CD, ABC, ABD, BCD, CDA, ABCD$ 。

(2)把它们按数值从小到大的次序排序,每一个数值都有一个次序号  $i$ 。

(3)按公式  $P=100(i-0.5)/15$  计算各个数值对应的分布函数估计值。其中,  $i$  是数值大小的次序号。

(4)把各个主效应或相互作用画在正态分布概率纸上:主效应或相互作用的数值作为横座标,对应的分布函数估计值作为纵座标。参见图 6-3。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

**Table:** Data obtained in a process development study arranged in standard (Yates) order\*

standard order	A	B	C	D	conversion (%)	order of runs	factors	-	+
1	-	-	-	-	71	(8)	A catalyst charge (lb)	10	100
2	+	-	-	-	61	(2)	B temperature (°C)	220	240
3	-	+	-	-	90	(10)	C pressure (psi)	50	80
4	+	+	-	-	82	(4)	D concentration (%)	10	1
5	-	-	+	-	68	(15)			
6	+	-	+	-	61	(9)			
7	-	+	+	-	87	(1)			
8	+	+	+	-	80	(13)			
9	-	-	-	+	61	(16)			
10	+	-	-	+	50	(5)			
11	-	+	-	+	89	(11)			
12	+	+	-	+	83	(14)			
13	-	-	+	+	59	(3)			
14	+	-	+	+	51	(12)			
15	-	+	+	+	85	(6)			
16	+	+	+	+	78	(7)			

**Table:** The 15 ordered effects and the probability points  $P$ , process development example\*

Order number $i$	1	2	3	4	5	6	7	8
Effect	-8.0	-5.5	-2.25	-1.25	-0.75	-0.75	-0.25	-0.25
Identity of effects	A	D	C	BC	ABC	BCD	CD	ACD
$P = 100(i - \frac{1}{2})/15$	3.3	10.0	16.7	23.3	30.0	36.7	43.3	50.0
Order number $i$	9	10	11	12	13	14	15	
Effect	-0.25	0.00	0.50	0.75	1.00	4.50	24.00	
Identity of effects	ABCD	AD	ABD	AC	AB	BD	B	
$P = 100(i - \frac{1}{2})/15$	56.7	63.3	70.0	76.7	83.3	90.0	96.7	

图 6-2 一个  $2^4$  的析因实验设计及其正态分析的数据计算表

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

(5) 确定服从均值为零(或均值绝对值很小)的分布的主效应或相互作用: 关键是注意主效应或相互作用绝对较小的数据点, 对这些点用直线进行拟合, 得到一条直线(参见图 6-3)。与这条直线接近的数据点, 可以认为服从均值为零(或均值绝对值很小)的分布, 与它们相对应的主效应或相互作用可以认为是完全由环境噪声引起的, 是无意义的, 是可以忽略的。相反, 远离这条直线的数据点, 才代表有意义的主效应或相互作用。

有意义的主效应和相互作用包括:

$$y_a = 72.25$$

$$A_m = -8.0$$

$$B_m = 24.0$$

$$D_m = -5.5$$

$$BD = 4.5$$

(b) 残差分析

- 响应的估算模型为:

$$\begin{aligned} y &= y_a + (A_m/2) X_A + (B_m/2) X_B + (D_m/2) X_D + (BD/2) X_B X_D \\ &= 72.25 + (-8.0/2) X_A + (-24.0/2) X_B + (-5.5/2) X_D + (4.5/2) X_B X_D \end{aligned}$$

- 残差 =  $y_r - y$

其中,  $y_r$  是实测的试验响应。计算结果见图 6-4。

- 把残差分布画在正态概率纸上。参见图 6-5。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

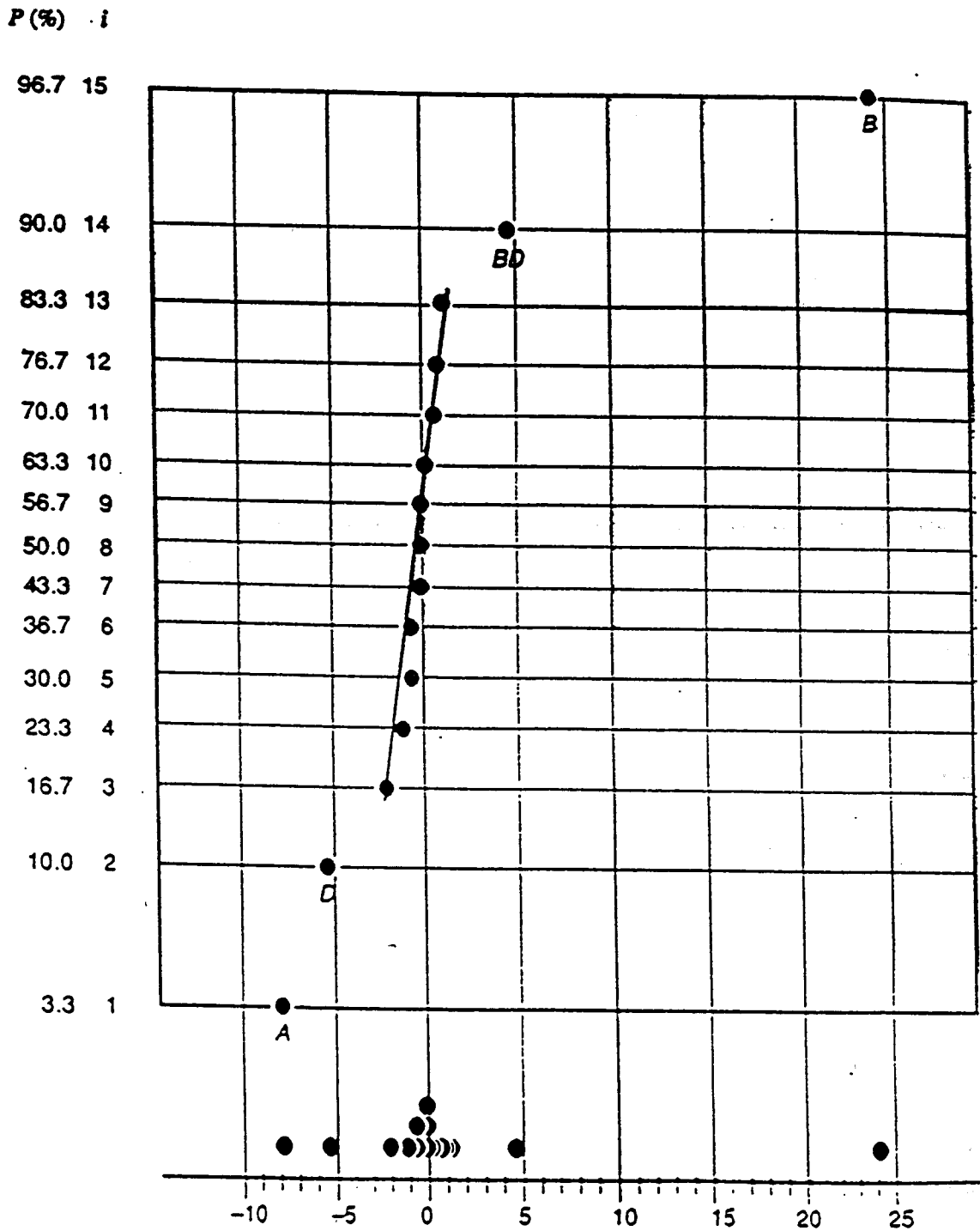


Figure: Normal plot of effects, process development example

图 6-3 参数主效应和相互作用的正态分布图

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## Significant Effects:

$$\begin{aligned} \text{average} &= 72.25 \\ \hat{A} &= -8.0 \\ \hat{B} &= 24.0 \\ \hat{D} &= -5.5 \\ \hat{BD} &= 4.5 \end{aligned}$$

## Model:\*

$$\hat{y} = 72.25 + \left(\frac{-8.0}{2}\right)X_A + \left(\frac{24.0}{2}\right)X_B + \left(\frac{-5.5}{2}\right)X_D + \left(\frac{4.5}{2}\right)X_B X_D$$

observed value	predicted value	residual	observed value	predicted value	residual
$y$	$\hat{y}$	$y - \hat{y}$	$y$	$\hat{y}$	$y - \hat{y}$
71	69.25	1.75	61	59.25	1.75
61	61.25	-0.25	50	51.25	-1.25
90	88.75	1.25	89	87.75	1.25
82	80.75	1.25	83	79.75	3.25
68	69.25	-1.25	59	59.25	-0.25
61	61.25	-0.25	51	51.25	-0.25
87	88.75	-1.75	85	87.75	-2.75
80	80.75	-0.75	78	79.75	-1.75

图 6-4 残差计算结果

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

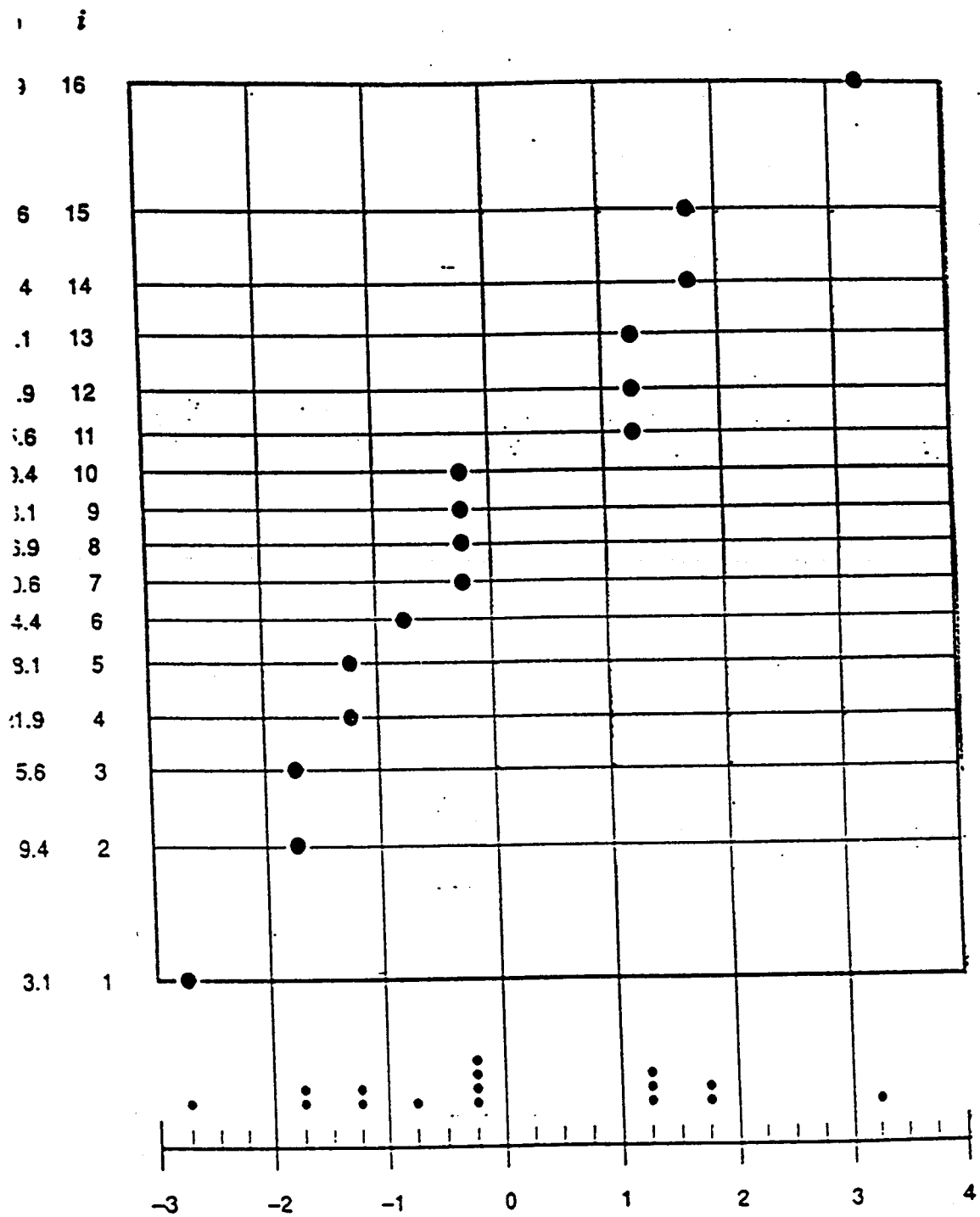


Figure: Normal plot of residuals, on normal probability paper, process development example

图 6-5 残差正态分布图

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

## 7. 部分析因实验

前面讲的析因实验也被称为2水平完全析因实验,可记作 $2^k$ 析因实验,其中 $k$ 是参数个数, $2$ 表示每个参数各取2个水平, $2^k$ 是需要作的试验次数。完全析因实验的优点是可以考虑所有可能的试验条件组合,但是其缺点也是明显的,即随着参数个数 $k$ 的增大,需要作的试验次数成倍增多,例如, $k=3$ , $2^3=8$ ;  $k=4$ , $2^4=16$ ;  $k=5$ , $2^5=32$ ;  $k=6$ , $2^6=64$ ;  $k=7$ , $2^7=128$ ; .....。由于这个缺点,完全析因实验(特别是多参数的完全析因实验)在工业中并未得到广泛的应用。

而如果可以假设一定的高阶相互作用是可以忽略的,则通过仅进行完全析因实验所要求的一部分试验便可以得到主效应和低阶相互作用。实际经验表明,这样做往往是合理的,这类实验称为部分析因实验。很明显,应用部分析因实验设计可以降低成本、节省时间。所以,这类实验在工业中得到了较广泛的应用。

有一个人对促进在工业中广泛应用部分析因实验设计贡献很大,他便是田口博士(Dr. Taguchi)。他把部分析因实验的应用技术进行了简化,大大方便了普通工程师把这种实验设计应用于解决工程实际问题。下面将集中精力介绍Taguchi部分析因实验设计方法。

### 7-1 正交表(Orthogonal arrays)





Taguchi 开发了用于部分析因实验设计的正交表,它们被标记为: L8, L12, L16, L32, 等,类似于完全析因实验设计表。下面以L8为例,说明上述标记的意义:

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计


- L 是指 Latin square
- 8 是指需要作的独立试验次数.


图 7 - 1、7 - 2、7 - 3 分别示出 L8, L12, L16 表, 图 7 - 4 示出表中两列之间的相互作用, 表中的“1”和“2”, 表示参数的两个不同水平.

L<sub>8</sub>

			3		5	6	
COMBINATIONS	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	2	2	2	2
	3	1	2	2	1	1	2
	4	1	2	2	2	2	1
	5	2	1	2	1	2	1
	6	2	1	2	2	1	2
	7	2	2	1	1	2	2
	8	2	2	1	2	1	1
	a	b	a b	c	a c	b c	a b c

Preferred Columns:

 = 3 factors (Full fact.)

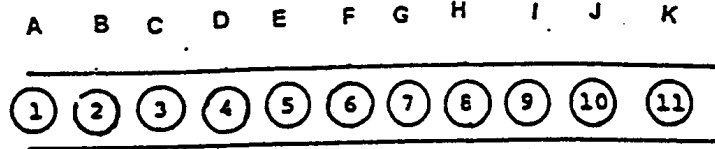
 = 4 factors (R4)

5-7 factors (R3)

图 7 - 1 L8 表

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

○ = 6 - 11 Factors = Low Resolution



L<sub>12</sub>

No.	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2
4	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2
5	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1
6	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1
7	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1
8	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
9	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1
10	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2
11	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2
12	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1

Preferred Columns:

○ = 6 - 11 factors

图 7 - 2 L12 表

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

Preferred Columns:

□ = 4 factors (Full fact.)

⬆ = 5 factors (R5)

○ = 6-8 factors (R4)

9-15 factors (R3)

L<sub>16</sub>

	①	②	③	④	⑤	6	⑦	⑧	9	10	⑪	12	⑬	14	⑮
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1
	a	b	a b	c	a c	b c	a b c	d	a d	b d	a b d	c d	a c d	b c d	a b c d

图 7-3 L<sub>16</sub> 表

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

Column Column	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
(1)	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14	
(2)	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13	18	
(3)	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12			
(4)	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11				
(5)	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10					
(6)	1	14	15	12	13	10	11	8	9						
(7)	15	14	13	12	11	10	9	8							
(8)	1	2	3	4	5	6	7								
(9)	3	2	5	4	7	6									
00	1	6	7	4	5										
01	7	6	5	4											
02	1	2	3												
03	8	2													
04	1														

Preferred Columns:

□ = 4 factors (Full fact.)

◡ = 5 factors (R5)

○ = 6-8 factors (R4)

9-15 factors (R3)

Interactions between Two Columns

图 7 - 4 正交表中两列之间的相互作用。

## 7-2 正交表的理解

### 7-2-1 L8 表

首先观察  $2^3$  完全析因实验设计表，

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

表 7 - 1  $2^3$  完全析因实验设计表

A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Yi
-	-	-	+	+	+	-	Y1
+	-	-	-	-	+	+	Y2
-	+	-	-	+	-	+	Y3
+	+	-	+	-	-	-	Y4
-	-	+	+	-	-	+	Y5
+	-	+	-	+	-	-	Y6
-	+	+	-	-	+	-	Y7
+	+	+	+	+	+	+	Y8

对表 7 - 1 进行如下变换：(1)把参数符号改一下, 令  $c=A, b=B, a=C$ , 则表 7 - 1 变为表 7 - 2；(2)把表 7 - 2 中的列次序改变一下, 得到表 7 - 3；(3)把表 7 - 3 中的行次序改变一下, 得到表 7 - 4；(4)把表 7 - 4 中的水平“+”换成水平“1”, 水平“-”换成水平“2”, 并且再令  $a=1, b=2, ab=3, c=4, ac=5, bc=6, abc=7$ , 则得到表 7 - 5, 可以看出, 表 7 - 5 就是 L8 表。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

表 7 - 2  $2^3$  完全析因实验设计表

A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Yi
c	b	a	bc	ac	ab	abc	Yi
-	-	-	+	+	+	-	Y1
+	-	-	-	-	+	+	Y2
-	+	-	-	+	-	+	Y3
+	+	-	+	-	-	-	Y4
-	-	+	+	-	-	+	Y5
+	-	+	-	+	-	-	Y6
-	+	+	-	-	+	-	Y7
+	+	+	+	+	+	+	Y8

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

表 7 - 3  $2^3$  完全析因实验设计表

a	b	ab	c	ac	bc	abc	Yi
-	-	+	-	+	+	-	Y1
-	-	+	+	-	-	+	Y2
-	+	-	-	+	-	+	Y3
-	+	-	+	-	+	-	Y4
+	-	-	-	-	+	+	Y5
+	-	-	+	+	-	-	Y6
+	+	+	-	-	-	-	Y7
+	+	+	+	+	+	+	Y8

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

表 7 - 4  $2^3$  完全析因实验设计表

---

a	b	ab	c	ac	bc	abc	Yi
+	+	+	+	+	+	+	Y8
+	+	+	-	-	-	-	Y7
+	-	-	+	+	-	-	Y6
+	-	-	-	-	+	+	Y5
-	+	-	+	-	+	-	Y4
-	+	-	-	+	-	+	Y3
-	-	+	+	-	-	+	Y2
-	-	+	-	+	+	-	Y1

---

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

表 7 - 5       $2^3$  完全析因实验设计表, L8 表

a	b	ab	c	ac	bc	abc	Yi
1	1	1	1	1	1	1	Y8
1	1	1	2	2	2	2	Y7
1	2	2	1	1	2	2	Y6
1	2	2	2	2	1	1	Y5
2	1	2	1	2	1	2	Y4
2	1	2	2	1	2	1	Y3
2	2	1	1	2	2	1	Y2
2	2	1	2	1	1	2	Y1

所以, 可以看出, L8 表与  $2^3$  完全析因实验设计表(简称  $2^3$  表)本质上是相同的, 只不过是以“1”代替“+”, 以“2”代替“-”, 参数及相互作用(列)的次序被改变, 行次序(试验次序)也被改变而已. 主效应与相互作用的计算方法与  $2^3$  表的基本相同(以列为基础), 需要注意的是以“-”代替“2”, 以“+”代替“1”. 例如, 参数 1 的主效应

$$\begin{aligned}
 M1 &= (1+1+1+1+2+2+2+2) / 4 = (+ + + + - - - -) / 4 = \\
 &= (+y8+y7+y6+y5-y4-y3-y2-y1) / 4 = \\
 &= (-y1-y2-y3-y4+y5+y6+y7+y8) / 4 = C_m \qquad (7-1)
 \end{aligned}$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 参数 4 的主效应

$$\begin{aligned}M_4 &= (+1+2+1+2+1+2+1+2) / 4 = (+ \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad -) / 4 = \\&= (+y_8-y_7+y_6-y_5+y_4-y_3+y_2-y_1) / 4 = \\&= (-y_1+y_2-y_3+y_4-y_5+y_6-y_7+y_8) / 4 = A_m\end{aligned}\quad (7-1)$$

另外, 在 L8 表上, 把参数字母 a , b , ab , c , ac , bc , abc 依次以序号 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 表示, 这意味着可以在这些序号处各放一个影响参数. 但是, 检验的参数个数不同, 所得到的这些参数的主效应或相互作用的分辨率是不同的. 下面讨论当利用 L8 表检验不同参数个数时的分辨率(参见图 7 - 5)

### (1) 检验 3 个参数(A , B , C)

由以上分析可知, L8 表本质上是个  $2^3$  表, 所以利用 L8 表检验 3 个参数, 可以进行  $2^3$  的完全析因实验设计. 那么, 这三个参数能往 L8 表中的 7 个参数位置任意放吗?不能, 应该把这三个参数分别放在第 1 , 2 , 4 位置上.

主效应和相互作用的分辨率极高。

### (2) 检验 4 个参数(A , B , C , D)

已经知道, 当检验 3 个参数时, 它们应该依次放在第 1, 2, 4 位置. 如果检验 4 个参数, 它们应放在什么位置呢?前人已经回答了这个问题. 它们应依次放在第 1, 2, 4, 7 位置上. 放在第 7 个位置的原因在于尽可能减小各参数主效应和相互作用之间的混淆. 假设, 这四个参数分别是 A, B, C, D 它们依次放在位置 1, 2, 4, 7 上, 从 L8 表的符号分析可以看出, D 的主效应和三参数相互作用 ABC 的计算公式是相同的, 利用 L8 表中的第 7 列符号计算出的数值既含有 D 的主效应, 又含有 ABC 相互作用, 这样便说, D 的主效应与 ABC 相互作用发生了混淆. 在一般情况下, 相互作用的阶次越高, 其效应越弱, 所以在 L8 表中把参数 D 放在第 7 位置, 也就是 ABC 的位置, D 的主效应所受到混淆一般最小。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

从图 7 - 5 可以看出, 相互作用(位置 3, 5, 6)都发生了混淆, 所以, 主效应和相互作用的分辨率中等。似乎, A, B, C 主效应的分辨率更高一些。

## (3) 检验 5, 6, 7 个参数

前 4 个参数放在第 1, 2, 4, 7 位置, 其他的参数可以在第 3, 5, 6 位置任意放置。在这种情况下, 混淆较严重, 所得到的各个参数的主效应相互作用的分辨率都低 (参见图 7 - 5)。

## 7-2-2 L16 表

L16 表, 本质上与  $2^4$  表相同, 只不过是以“1”代替“+”, 以“2”代替“-”, 参数及相互作用(列)的次序被改变, 行次序(试验次序)也被改变而已。主效应与相互作用的计算方法与  $2^4$  表的基本相同, 需要注意的是应以“-”代替“2”, 以“+”代替“1”。另外, 在 L16 表上, 把参数字母 a, b, ab, c, ac, bc, abc, d, ad, bd, abd, cd, acd, bcd, abcd 依次以序号 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 表示, 这意味着可以在这些序号处各放一个影响参数。所以利用 L16 表可以检验 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 个参数。但是, 检验的参数个数不同, 所得到的这些参数的主效应或相互作用的分辨率是不同的。下面讨论当利用 L16 表检验不同参数个数时的分辨率(参见图 7 - 6):

### (1) 检验 4 个参数

L16 表本质上是  $2^4$  表, 所以利用 L16 表检验 4 个参数, 可以进行  $2^4$  的完全析因实验设计。这 4 个参数应被分别放置在第 1, 2, 4, 8 位置。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## Confounding Patterns for an L8 Array

$\triangle$  = 3 Factors = Full Factorial

	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
Col:	$\triangle$	$\triangle$	3	$\triangle$	5	6	7

$\square$  = 4 Factors = Medium Resolution

	A	B	AB	C	BC	CD	D
Col:	$\square$ 1	$\square$ 2	3	$\square$ 4	5	6	$\square$ 7

5-7 Factors = Low Resolution

	A	B	C	D	E	F	G
Col:	1	2	3	4	5	6	7

L<sub>8</sub>

	$\triangle$ 1	$\triangle$ 2	3	$\triangle$ 4	5	6	$\square$ 7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
	a	b	a	c	a	b	a
			b		c	c	b
							c

图 7 - 5

应用 L8 表进行  
实验设计



# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

主效应和相互作用的分辨率极高。

## (2) 检验 5 个参数(A, B, C, D, E)

这 5 个参数应该被分别放置在第 1, 2, 4, 8, 15 个位置。在 L16 表中, 第 15 个参数位置是最高阶相互作用, 混淆发生在如下位置 (参见图 7 - 6) :

参数序号	混淆
7	DE+ABC $\approx$ DE
11	CE+ABD $\approx$ CE
13	BE+ACD $\approx$ BE
14	AE+BCD $\approx$ AE
15	E+ABCD $\approx$ E

在一般情况下, 三阶以上的相互作用影响不大, 所以可以较好地获得 E 的主效应和两参数相互作用 DE, CE, BE, AE。

主效应和相互作用的分辨率较高, 似乎第 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12 的分辨率更高, 因为没有混淆发生。

## (3) 检验 6-8 个参数

这些参数应该布置在第 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 参数位置, 各个主效应没有混淆, 但各个相互作用之间混淆较严重 (参见图 7 - 6)。

主效应和相互作用的分辨率中等。似乎, 各个参数主效应的分辨率更高一些。

## (4) 检验 9-15 个参数

主效应和相互作用的分辨率较低。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 7-2-3 L12 表

L12 表是个专门设计的表, 其中每个相互作用都均匀地与所有的列相混淆, 它可以用于有效地求出 11 个主效应, 而不必担心相互作用混淆结果, 见图 7-2, 但是不能获得有关相互作用的信息。

主效应的分辨率较低。

图 7-7 对上述分析结果进行了总结, 可以参考它来选择正交表。

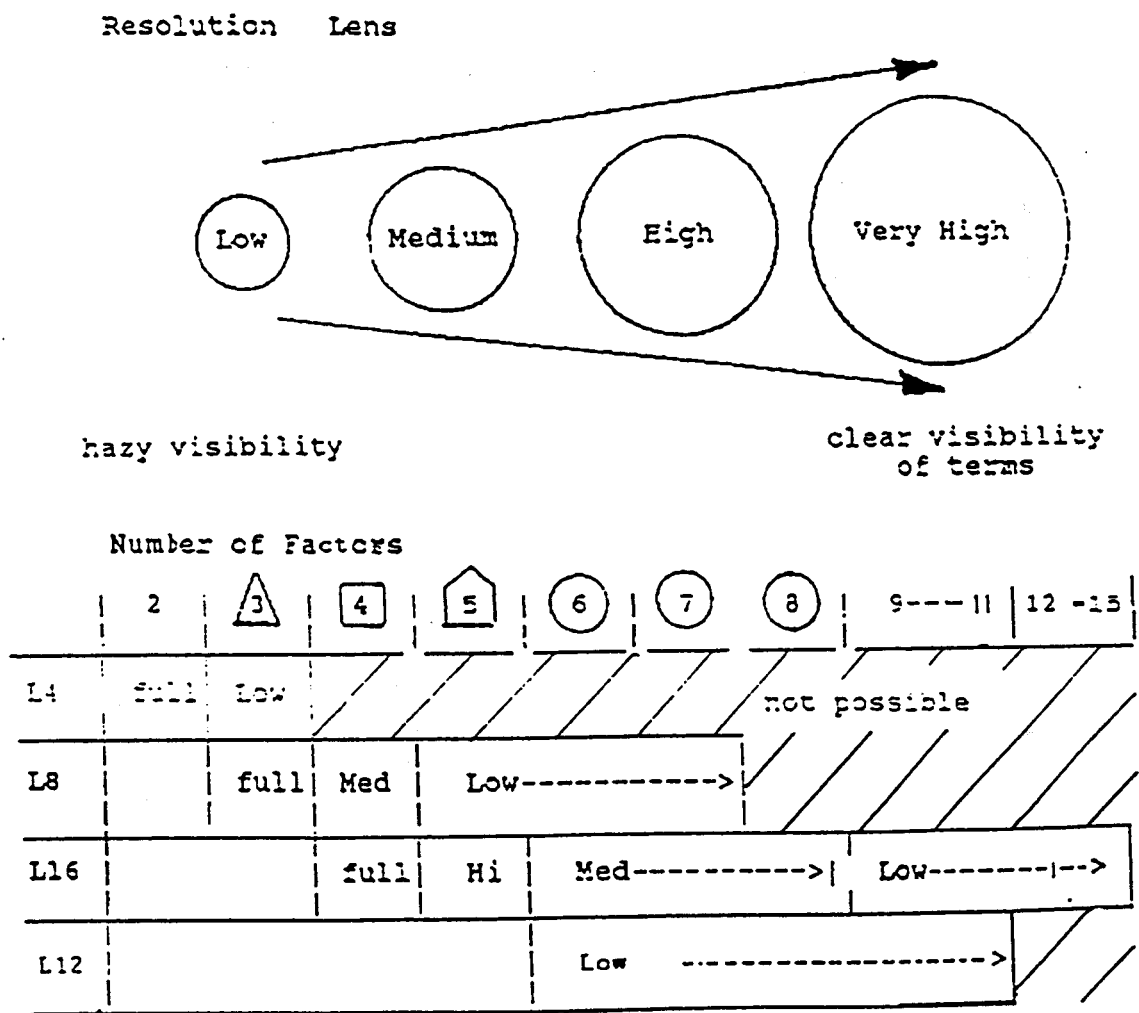


图 7-7 正交表与实验分辨率

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

## 7-3 利用正交表进行实验

与全析因实验设计类似, 为了克服试验环境噪声的影响, 应该对实验进行分组 (Blocking), 并对每组中的试验次序进行随机化 (Randomization)。

## 7-4 实验数据分析

在这里以几个例子来说明如何对实验数据进行分析。

### 7-4-1 例 1: 发动机润滑油油压的实例分析

图 7 - 8 是发动机润滑系统的示意图。

图 7 - 9 示出对实验的分析, 即确定响应及其影响参数, 可以看出, 影响参数有 7 个, 它们是:

A=Lifter/Bore Clearance 挺柱/孔间隙

B=Head Gasket Orifice 缸垫量孔

C=Oil level in Pan 油底壳中的油面

D=Bearing Clearances 轴承间隙

E=Oil Pump Gear Clearance 油泵齿轮间隙

F=Regulator (psi) 调节器压力设定 (磅/平方英寸)

G=Oil pan volume 油底壳容积

响应有 2 个, 它们是:

y<sub>1</sub>-gallery oil pressure 主油道油压

y<sub>2</sub>-oil pressure in head 缸盖中的油压

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

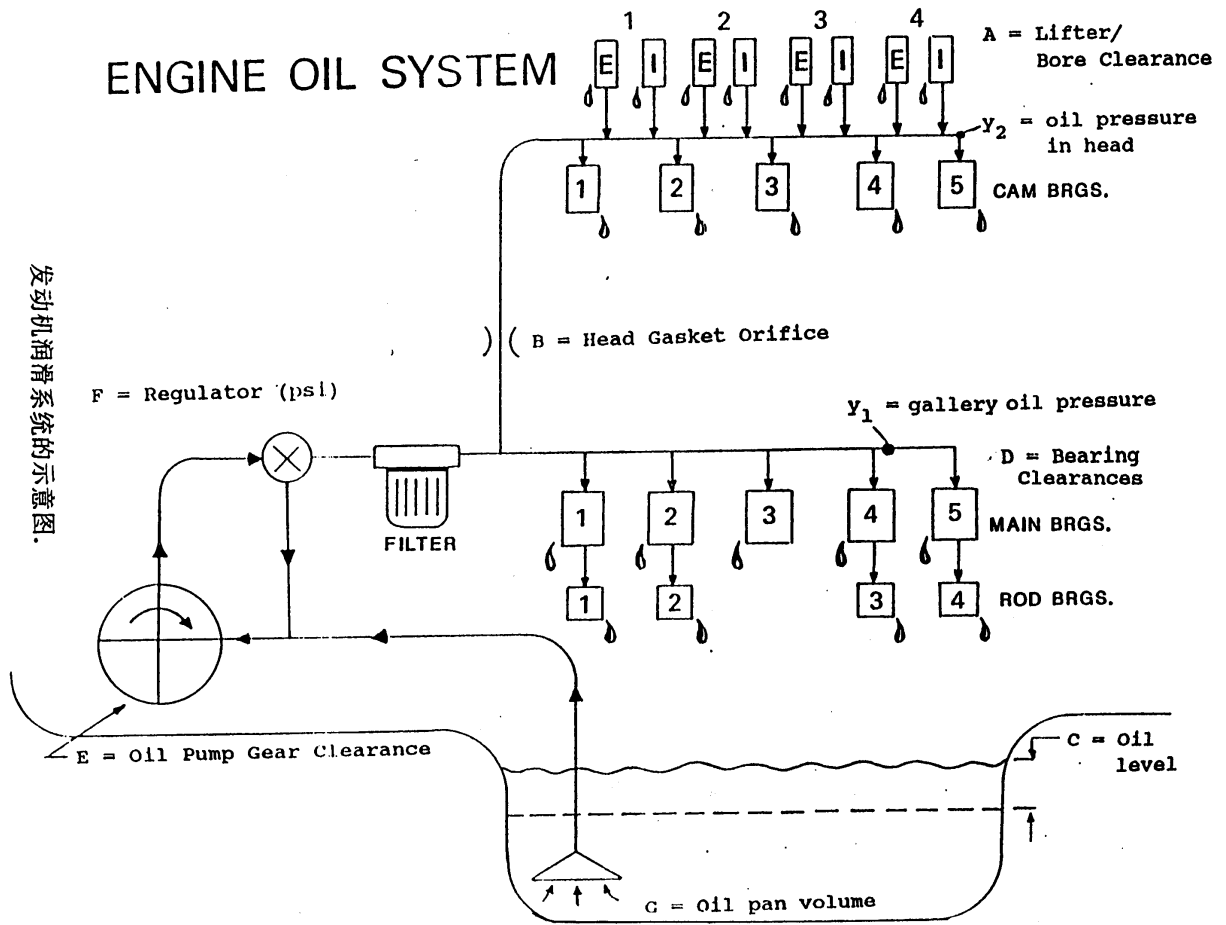


图 7 - 8(A) 发动机润滑系统的示意图。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

A=Lifter/Bore Clearance 挺柱/孔间隙

B=Head Gasket Orifice 缸垫量孔

C=Oil level in Pan 油底壳中的油面

D=Bearing Clearances 轴承间隙

E=Oil Pump Gear Clearance 油泵齿轮间隙

F=Regulator (psi) 调节器压力设定(磅/平方英寸)

G=Oil pan volume 油底壳容积

Filter 滤油器, MAIN BRGS 主轴承, ROD BRGS 连杆轴承

CAM BRGS 凸轮轴轴承,

y<sub>1</sub>-gallery oil pressure 主油道油压

y<sub>2</sub>-oil pressure in head 缸盖中的油压

图 7 - 8 (B) 发动机润滑系统的示意图 (术语翻译)。

图 7 - 10 示出实验设计, 它利用了 L8 表, 而 L8 表最多可以用于检验 7 个参数。根据前面分析, 在这种情况下, 混淆比较严重。

下面计算各个参数的主效应(注意, 以“+”代替“1”, 以“-”代替“2”):

(1) 对响应 Y<sub>1</sub>(缸体主油道油压)

$$\begin{aligned} A_m &= (309+345+377+270-271-276-294-172) / 4 = \\ &= (309+345+377+270) / 4 - (271+276+294+172) / 4 = \\ &= (325.25) - (253.25) \end{aligned}$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

其中，对应于参数 A 水平“1”的响应均值是 325.25，对应于参数 A 水平“2”的响应均值是 253.25。

## Engine Oil Pressure Case Study

Responses:  $y_1$  = oil pressure (kPa) in block oil gallery

$y_2$  = oil pressure (kPa) in head

Factors	Levels	
	(1)	(2)
A = Lifter/Bore Clearance	low	high
B = Head Gasket Orifice	yes	no
C = Oil level in pan	"Add" line	"Full" line
D = Bearing Clearances	Min.	Max.
E = Oil Pump Gear Clearance	min.	max.
F = Regulator (psi)	65	75
G = Oil pan volume	deep	regular

图 7 - 9 对实验的分析(发动机润滑系统)

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

$$\begin{aligned} B_m &= (309+345-377-270+271+276-294-172) / 4 = \\ &= (309+345+271+276) / 4 - (377+270+294+172) / 4 = \\ &= (300.25) - (278.25) \end{aligned}$$

其中，对应于参数 B 水平“1”的响应均值是 300.25，对应于参数 B 水平“2”的响应均值是 278.25。

## (2) 对响应 Y2(缸盖中油压)

$$\begin{aligned} F_m &= (232-254-356+271+151-153-262+164) / 4 = \\ &= (232+271+151+164) / 4 - (254+356+153+262) / 4 = \\ &= (204.5) - (256.25) \end{aligned}$$

其中，对应于参数 F 水平“1”的响应均值是 204.5，对应于参数 F 水平“2”的响应均值是 256.25。

$$\begin{aligned} G_m &= (232-254-356+271-151+153+262-164) / 4 = \\ &= (232+271+153+262) / 4 - (254+356+151+164) / 4 = \\ &= (229.5) - (231.25) \end{aligned}$$

其中，对应于参数 G 水平“1”的响应均值是 229.5，对应于参数 G 水平“2”的响应均值是 231.25。

图 7 - 11 示出这个实验设计的响应图，图中的坐标点是对应于各个参数水平的响应均值。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

Input Factors ("Knobs")								Output Data	
L8	A = Lifter/Boze Clearance	B = Head Gasket Orifice	C = Oil level in pan	D = Bearing Clearances	E = Oil Pump Gear Clearance	F = Regulator	G = Oil pan volume	y = Oil Press. gallery	head
1	1=	1=	1=	1= Min	1= Max	1= 65	1= Deep	309	232
2	1=	1= Yes	1= Add	2= Max	2= Min	2= 75	2= Reg.	345	254
3	1=	2=	2=	1= Min	1= Max	2=	2=	377	356
4	1=	2= No	2= Full	2= Max	2= Min	1= 65	1= Deep	270	271
5	2=	1= Yes	2=	1= Min	2=	1=	2= Reg.	271	151
6	2=	1=	2=	2= Max	1= Max	2= 75	1= Deep	276	153
7	2=	2= No	1= Add	1= Min	2= Min	2=	1=	294	262
8	2=	2=	1=	2= Max	1= Max	1= 65	2= Reg.	172	164

Taguchi Data Sheet for 7 factors in an L8 (highly confounded!!)

L8 Orthogonal Array

图 7 - 10 利用 L8 表的实验设计 (发动机润滑系统实例分析)

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

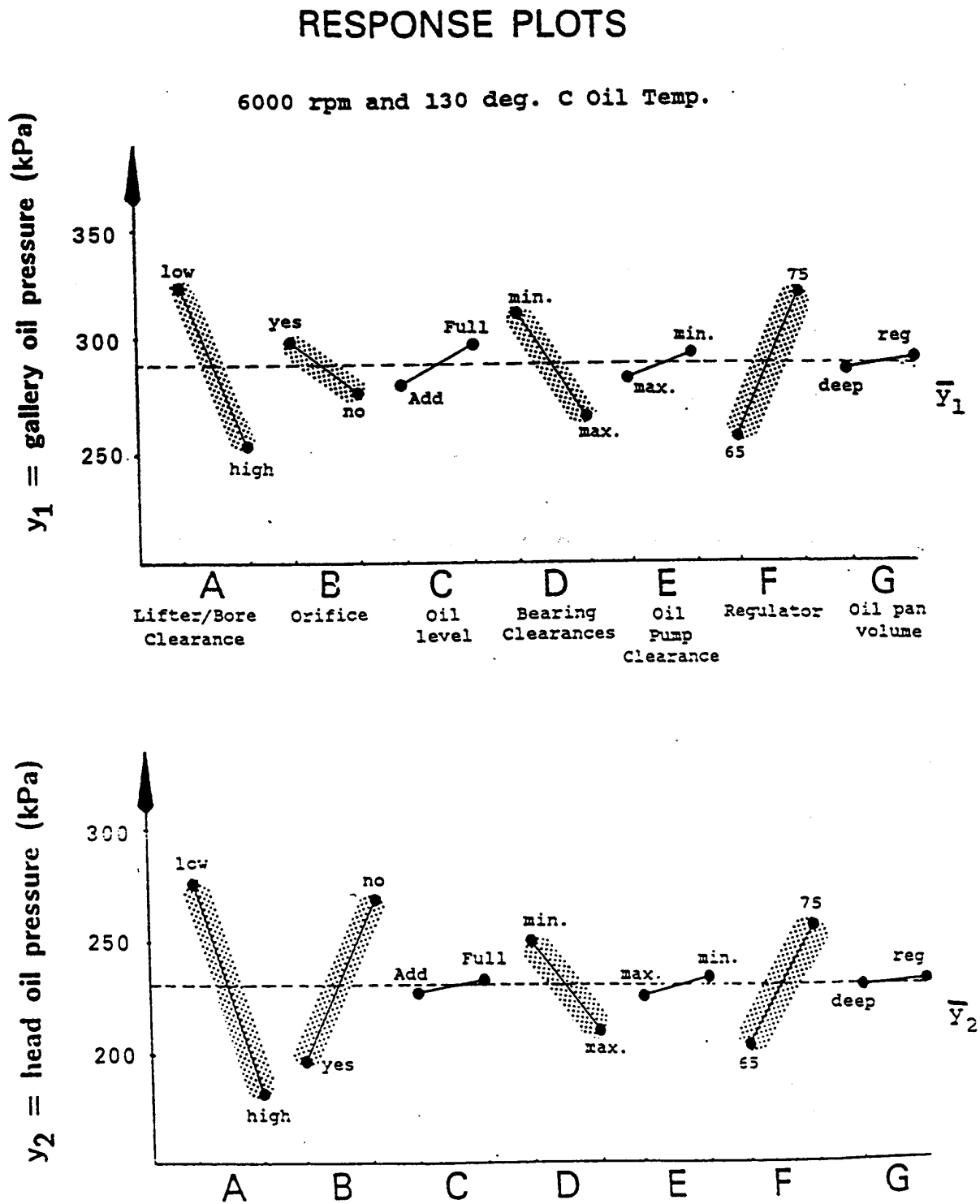


图 7 - 11 实验设计的响应图 (发动机润滑系统实例分析)

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

从以上分析可以得到什么结论呢?下面是一些结论:

(1) 对于响应 Y1 和 Y2, 在 7 个影响参数中只有 4 个是有意义的, 它们是 A(挺柱/孔间隙), B(缸垫中的量孔), D(轴承间隙), F(调节器压力设定)。

(2) 在挺柱和轴承中的间隙(参数 A 和 D)似乎影响较大, 但是, 随着发动机的磨损, 这些间隙将会逐渐增大, 趋于最大间隙。

(3) 把调节器压力(参数 F)设定在 75psi 比设定在 65 psi 更好。

(4) 在缸垫中有量孔(参数 B)会使缸体主油道中的油压有所上升, 但会使缸盖中的油压有所下降。尽管如此, 采用量孔仍是个聪明的折衷。

(5) 油底壳中油面高度(参数 C)影响不大, 多亏了它影响不大, 因为在实际使用过程中控制油面高度是不容易的。否则, 油压也难以控制。

(6) 减小油泵中的间隙对响应的影响不如其他参数的影响大。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 7-4-2 例 2: 水泵实例分析

首先介绍 Taguchi 的战略思想。

Taguchi 的战略思想:

- Taguchi 把影响参数分为两类:

(1) 控制参数(Control factors)=可以控制的参数,例如,气缸直径,油泵单向阀,等。它们也叫设计参数(Design factor),可以确定它们的名义值(Nominal value)。

(2) 噪声参数(Noise factors)=不能控制的参数,例如,环境温度,大气压力,发动机转速,油底壳中油面高度,等。有些噪声参数不一定完全不可控,只是由于控制起来很困难、成本太高,不宜予以控制,所以才归入噪声参数。

- Taguchi 的战略指导思想:寻求使产品性能对于噪声不敏感的设计,即所谓 Robust 设计,这样有利于获得性能尽可能一致的产品。

下面应注意在水泵实例分析中是如何贯彻 Taguchi 的战略指导思想的。

图 7 - 12 示出水泵的实例分析。系统的响应 Y 是密封圈的温度(它与密封圈的寿命相关得很好)。

Response 响应= $y$ =temperature of seal (密封圈温度)

影响参数:

A=Primary Ring width(mm)主密封圈宽度

B=Water Pressure (psi)水压

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

C=Face Runout(inch)端面跳动

D=Mating Ring Finish( $\mu$  inch)配合密封圈表面粗糙度

E=Primary Ring Finish( $\mu$  inch)主密封圈表面粗糙度

F=Mating Ring Flatness( $\mu$  inch)配合密封圈的平面度

G=Primary ring Flatness( $\mu$  inch)主密封圈的平面度

H=Spring Load (lbf)弹簧载荷

共有 8 个参数,应该利用哪个表进行实验设计呢?可以利用 L16 表,从图 7 - 7 可以看出,用 L16 表检验 8 个参数分辨率中等。这 8 个参数在 L16 表中的布置如图 7 - 6 所示,各个参数之间的相互作用混淆较严重。在这 8 个参数中,水压 B 是个噪声参数,因为它在实际使用中不可控。

图 7 - 13 示出利用 L16 表进行的实验设计,各个参数的主效应及相互作用的计算如下:

$A_m =$

$$(2+6+9.5+1.7+6.4+8.9+4.6+4-20.1-15.9-2.7-0.6-6.6-0.6-1.7-3.9)/8=$$
$$= 5.3875 - 6.5125$$

$E_2 =$

$$(2+6+9.5+1.7-6.4-8.9-4.6-4+20.1+15.9+2.7+0.6-6.6-0.6-1.7-3.9)/8=$$
$$= 7.3125 - 4.5875$$

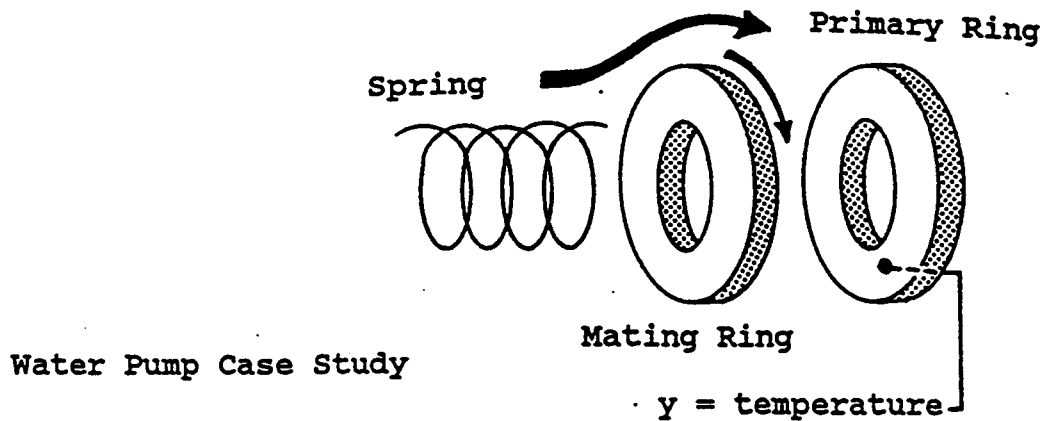
$B_m =$

$$(2+6+9.5+1.7-6.4-8.9-4.6-4-20.1-15.9-2.7-0.6+6.6+0.6+1.7+3.9)/8=$$
$$= 4 - 7.9$$

$E_4 =$

$$(2+6-9.5-1.7+6.4+8.9-4.6-4+20.1+15.9-2.7-0.6+6.6+0.6-1.7-3.9)/8=$$
$$= 8.3125 - 3.5875$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计



**Response = y = temperature of seal**  
(correlates well with seal life)

Factors	Levels	
	(1)	(2)
A = Primary Ring Width (mm)	2.5	1.5
B = Water Pressure (psi)	15	50
C = Face Runout (inch)	0.003	0.008
D = Mating Ring Finish ( $\mu$ inch)	6	30
E = Primary Ring Finish ( $\mu$ inch)	6	30
F = Mating Ring Flatness ( $\mu$ inch)	10	60
G = Primary Ring Flatness ( $\mu$ inch)	10	60
H = Spring Load (lbf)	6	12

图 7 - 12 水泵的实例分析

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

Input Factors ("Knobs")

L16	Input Factors ("Knobs")								Output Data
	A = Ring Width	B = Pressure	C = Face Runout	D = M. Ring Finish	E = P. Ring Finish	F = M. Ring Flatness	G = P. Ring Flatness	H = Spring Load	Y = Temp. above coolant
	1	3	5	7	9	11	13	15	
1	1=	1=	1=	1=	1=	1=	1=	1=	2
2	1=	1=	1=	1=	2=	2=	2=	2=	6
3	1=	1=	2=	2=	1=	1=	2=	2=	9.5
4	1=	1=	2=	2=	2=	2=	1=	1=	1.7
5	1=	2=	1=	2=	1=	2=	1=	2=	6.4
T 6	1=	2=	1=	2=	2=	1=	2=	1=	8.9
R 7	1=	2=	2=	1=	1=	2=	2=	2=	4.6
I 8	1=	2=	2=	1=	2=	1=	1=	2=	4
A 9	2=	2=	2=	2=	2=	2=	2=	2=	20.1
10	2=	2=	2=	2=	1=	1=	1=	1=	15.9
L 11	2=	2=	1=	1=	2=	2=	1=	1=	2.7
S 12	2=	2=	1=	1=	1=	1=	2=	2=	0.6
13	2=	1=	2=	1=	2=	1=	2=	1=	6.6
14	2=	1=	2=	1=	1=	2=	1=	2=	0.6
15	2=	1=	1=	2=	2=	1=	1=	2=	1.7
16	2=	1=	1=	2=	1=	2=	2=	1=	3.9

Taguchi Data Sheet for 6-8 factors in an L16

图 7 - 13 利用 L16 表进行的实验设计 (水泵的实例分析)

图 7-14 示出其响应图。

如何设计才能使响应对噪声不敏感呢?从响应图可以看出,在相互作用中,在第 4 个位置上的相互作用 (E4) 最显著。从图 7 - 6 可以看出,

$$E4 = AC + BD + EG + FH$$

根据工程专业知识判断,相互作用 AC, EG, FH 较小,可以忽略,所以

$$E4 \approx BD$$

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

即噪声 B (水压) 与 D (配合密封圈表面粗糙度) 的相互作用最显著, 所以研究应从此处着手。减小了其他参数与噪声 B 的相互作用, 便可达到使响应对噪声不敏感的目的。

图 7-15 示出 B×D 相互作用图。图中横坐标是 B 参数轴线, 纵坐标是响应轴线。图中有两条直线, 一条对应 D=30 (2), 另一条对应 D=6(1)。它们是怎样获得的? 关键是确定直线的端点。

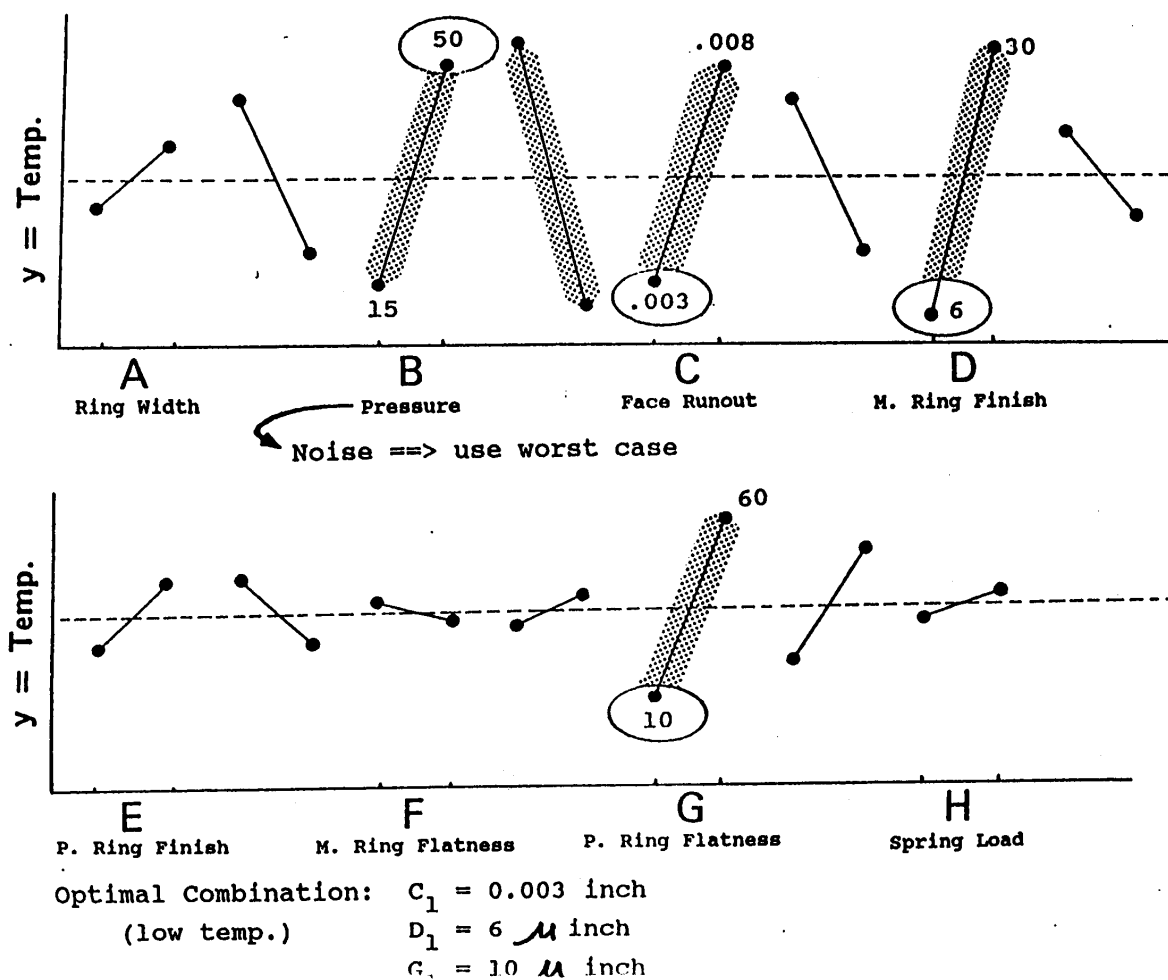


图 7-14 水泵的实例分析响应图。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

How can we be robust to noise?

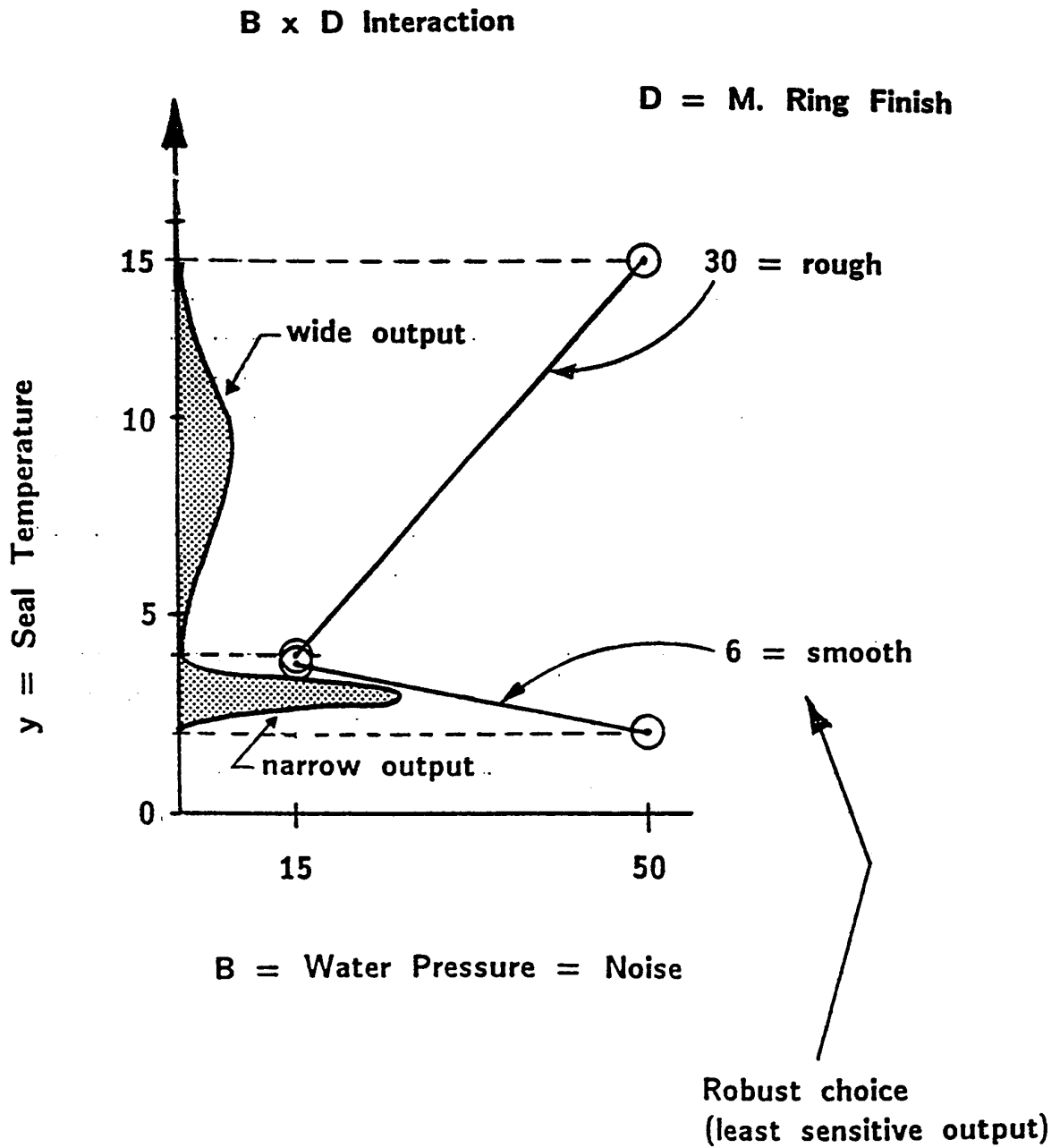


图 7-15 水泵的实例分析 B×D 相互作用图

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

下面计算 B×D ,

$$\begin{aligned} B \times D &= [(1.1)y_1 + (1.1)y_2 + (1.2)y_3 + (1.2)y_4 + \\ &\quad + (2.2)y_5 + (2.2)y_6 + (2.1)y_7 + (2.1)y_8 + \\ &\quad + (2.2)y_9 + (2.2)y_{10} + (2.1)y_{11} + (2.1)y_{12} + \\ &\quad + (1.1)y_{13} + (1.1)y_{14} + (1.2)y_{15} + (1.2)y_{16}] / 8 = \\ &= [(1.1)y_1 + (1.1)y_2 + (2.1)y_7 + (2.1)y_8 + \\ &\quad + (2.1)y_{11} + (2.1)y_{12} + (1.1)y_{13} + (1.1)y_{14}] / 8 + \\ &\quad + [(1.2)y_3 + (1.2)y_4 + (2.2)y_5 + (2.2)y_6 + \\ &\quad + (2.2)y_9 + (2.2)y_{10} + (1.2)y_{15} + (1.2)y_{16}] / 8 = \\ &= \{[(1.1)y_1 + (1.1)y_2 + (1.1)y_{13} + (1.1)y_{14}] / 8 + \\ &\quad + [(2.1)y_7 + (2.1)y_8 + (2.1)y_{11} + (2.1)y_{12}] / 8\} + \\ &\quad + \{[(1.2)y_3 + (1.2)y_4 + (1.2)y_{15} + (1.2)y_{16}] / 8 + \\ &\quad + [(2.2)y_5 + (2.2)y_6 + (2.2)y_9 + (2.2)y_{10}] / 8\} \end{aligned}$$

从上式可以看出:

(1) 当 D=1, 且当 B=1 时, 响应的均值

$$R_a = (y_1 + y_2 + y_{13} + y_{14}) / 4 = (2 + 6 + 6.6 + 0.6) / 4 = 3.8$$

(2) 当 D=1, 且 B=2 时, 响应的均值

$$R_a = (y_7 + y_8 + y_{11} + y_{12}) / 4 = (4.6 + 4 + 2.7 + 0.6) / 4 = 2.975$$

(3) 当 D=2 且 B=1 时, 响应的均值

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

$$Ra = (y_3 + y_4 + y_{15} + y_{16}) / 4 = (9.5 + 1.7 + 1.7 + 3.9) / 4 = 4.2$$

(4) 当 D=2 且 B=2 时, 响应的均值

$$Ra = (y_5 + y_6 + y_9 + y_{10}) / 4 = (6.4 + 8.9 + 20.1 + 15.9) / 4 = 12.825$$

从图 7-15 可以看出, 当选 D=6 (1) 时, B 的改变对响应影响较小, 即响应对噪声 B 不敏感, 按照 Taguchi 的战略指导思想, 应选 D=6 (1)。

从以上分析可以得到什么结论呢? 下面是一些结论:

(1) 在 8 个参数中, 仅有 4 个是有意义的。另外, 似乎有一个相互作用也是有意义的。它们是 B, C, D, G 和 BD。

(2) 对于作用不明显的参数, 应该采用成本较低的设定水平。

(3) 在实际工作中, 系统的水压力 (B) 难以得到控制, 可以认为是一个噪声参数, 而且实验表明它对响应有明显的影响。

(4) 为了使响应对噪声 (系统水压力 B) 不敏感, 应该选择具有光滑表面的配合密封圈 (D = 1), 这也叫做相对于噪声的最优化。

(5) 由于 C, D, G 对响应影响较明显, 在制造过程中应该较严格地控制它们, 例如应用 SPC 监控它们。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

## 7-4-3 例 2: 应用实验设计方法改进汽车前大灯结构设计

Cadillac 前大灯光束指向的质量问题的解决, 参见图 5。

- (1) 明确项目: 改进前大灯结构, 解决如下质量问题— 调好光束的指向以后, 用力关上发动机罩, 结果光束指向又发生了变化。
- (2) 明确理想功能: 调好光束的指向以后, 用力关上发动机罩, 大灯光束指向不发生变化。
- (3) 明确响应(输出)、噪声参数和控制参数:
  - 响应: 调好光束的指向以后, 用力关上发动机罩, 大灯光束指向偏离理想位置的距离
  - 噪声参数: (1)前大灯的位置(一辆车上有 4 个前大灯, 它们的位置作为噪声参数);  
(2)用力关闭发动机罩;
  - 控制参数: A 弹簧刚度(小 - 中); B 润滑剂(加 - 不加); C 调节螺栓(有 - 没有); D 定位销(有 - 没有)。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## Cadillac Head Lamp Aiming Example

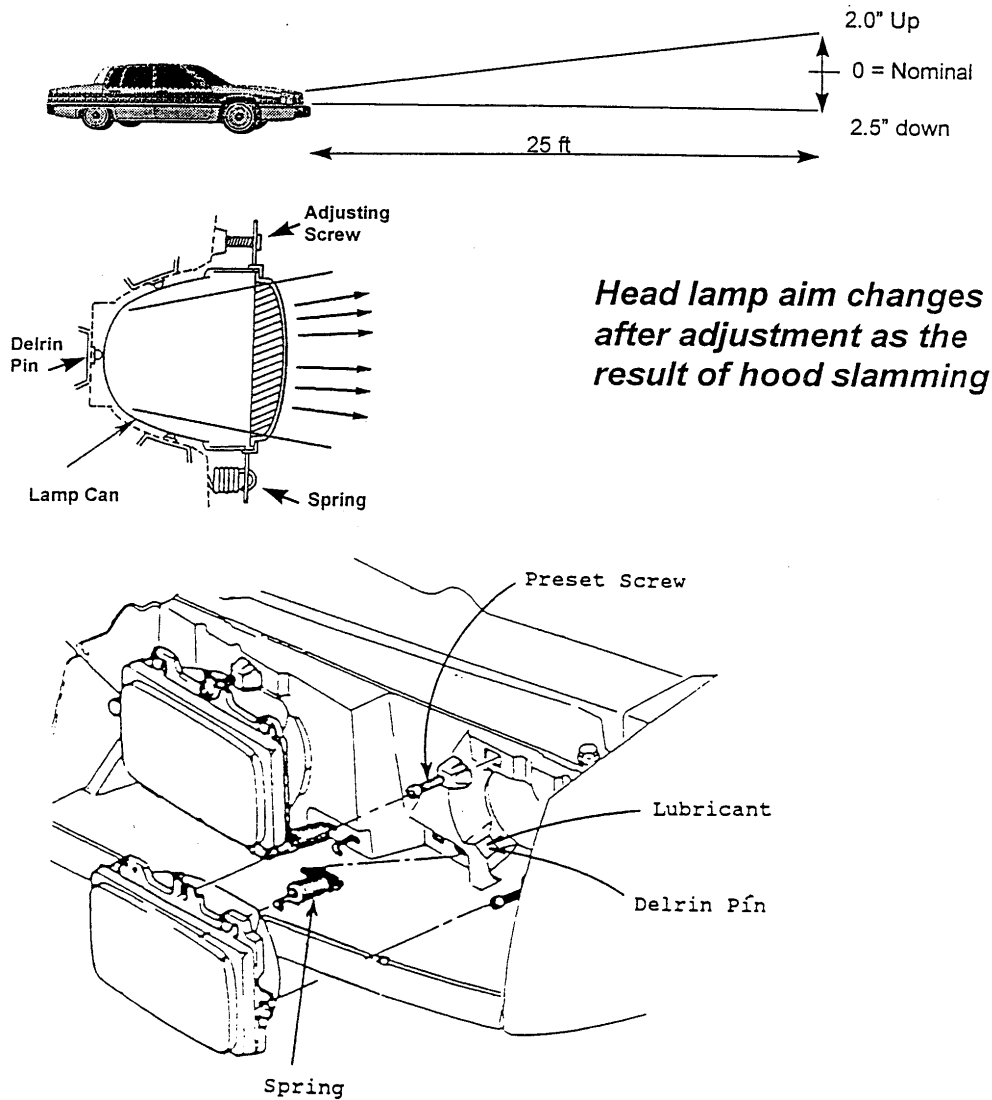


图 7-16. Cadillac 前大灯光束指向的质量问题的解决

表 7-6 实验参数(控制参数)

序号	实验参数	参数单位	参数低水平 (2)	参数高水平 (1)
(A)	弹簧刚度	lb/in	中等*	软
(B)	润滑剂		不加	加*
(C)	调节螺栓		有	没有*
(D)	定位销		没有*	有

\* 当前采用的设计

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## (4) 实验设计:

共有 4 个参数，每个参数取两个水平，应用 L8 表设计实验。

表 7-7 实验设计表 (L8 表) 及实验数据

标准次序	A	B	C	D	响应[in]	实验次序
1	1	1	1	1		8
2	1	1	2	2		7
3	1	2	1	2		3
4	1	2	2	1		6
5	2	1	1	2		2
6	2	1	2	1		4
7	2	2	1	1		5
8	2	2	2	2		1

## (5) 进行实验：

在每种参数组合下进行试验，调好光束的指向以后，用力关闭发动机罩，测量 4 个前大灯的光束指向变化。表 3 示出实验结果，每次试验都分别测量 4 个前大灯的光束指向偏离理想位置的距离。表 7-8 中

$$Z = -10 \log S^2。$$

表 7-8 实验数据 (前大灯的光束指向偏离理想位置的距离)

标准试验 次序	司机侧		前排乘客侧		响应平均值 Y [in]	标准差 S	Z
	外侧	内侧	内侧	外侧			
1	0.25	0.40	0.60	0.20	0.3625	0.1797	14.91
2	0.00	0.10	-0.40	0.20	-0.025	0.2630	11.60
3	0.75	1.80	1.10	1.10	1.1875	0.4404	7.12
4	0.00	0.00	0.75	0.60	0.3375	0.3944	8.08
5	1.60	1.00	1.10	1.40	1.275	0.2754	11.20
6	0.50	0.80	0.90	0.40	0.650	0.2380	12.47
7	0.75	0.75	-0.60	0.60	0.375	0.6538	3.69
8	0.90	0.35	0.00	0.90	0.538	0.4423	7.09

## (6) 进行数据分析

利用实验结果分析各参数的影响。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## A. 对平均值的数据处理

表 7-9 实验设计表 (L8 表) 及实验数据 (Y 的平均值)

标准次序	A	B	C	D	响应[in]	实验次序
1	1	1	1	1	0.3625	8
2	1	1	2	2	-0.025	7
3	1	2	1	2	1.1875	3
4	1	2	2	1	0.3375	6
5	2	1	1	2	1.275	2
6	2	1	2	1	0.65	4
7	2	2	1	1	0.375	5
8	2	2	2	2	0.538	1

Y 的平均值

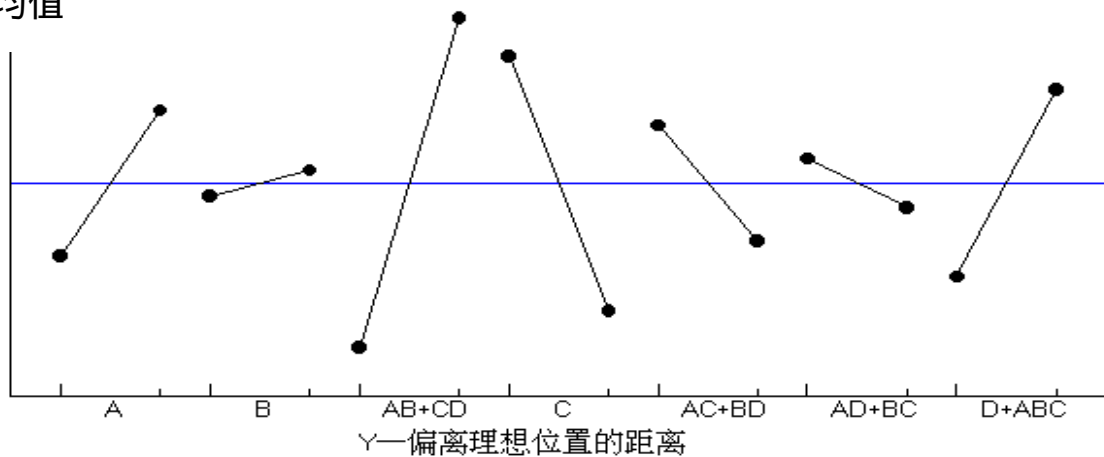


图 7-17 响应图 (Y 的平均值)

表 7-10 效应的正态数据表

顺序号 i	1	2	3	4	5	6	7
效应	-0.550	-0.313	-0.244	-0.044	0.081	0.194	0.425
效应代号	AB+CD	D	A	B	BC+AD	AC+BD	C
$P=100(i-0.5)/7$	7.14	21.43	35.71	50	64.29	78.57	92.86

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

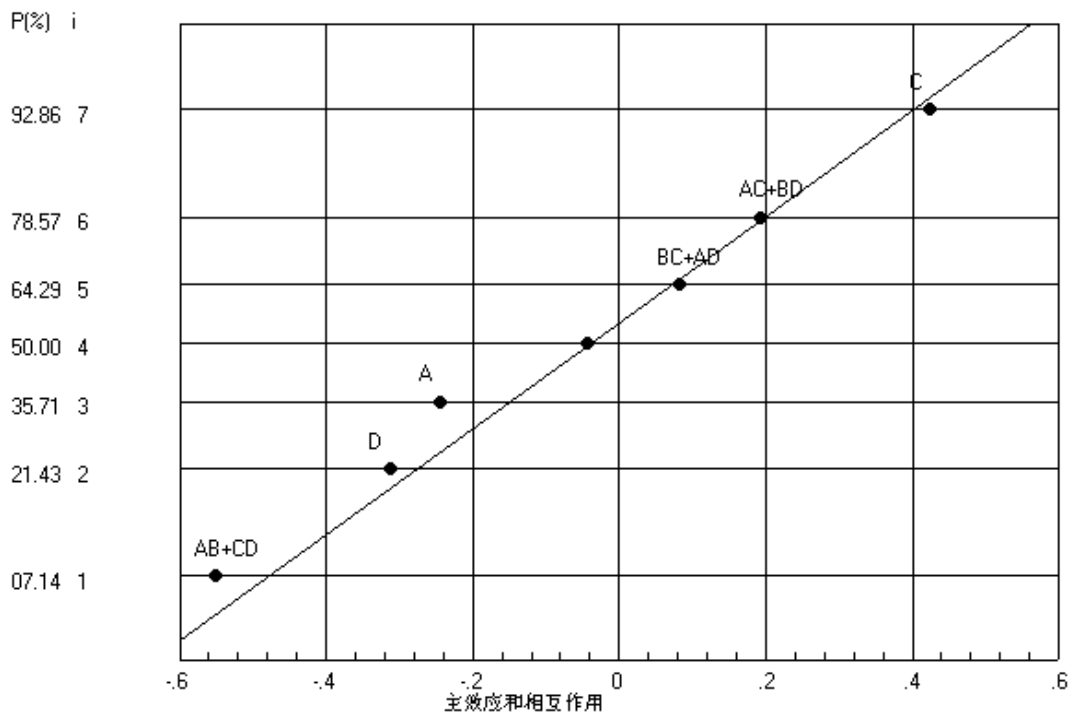


图 7-18 效应的正态分布图 (Y 的平均值)

有意义的效应 :	代号	效应
	A	-0.244
	C	0.425
	D	-0.313
	CD	-0.55

响应的估算模型

$$y' = .5875626 + (-0.244/2)XA + (0.425/2)XC + (-0.313/2)XD + (-0.55/2)XC \cdot XD$$

表 7-11 残差表 (Y 的平均值)

实测值	估计值	残差	实测值	估计值	残差
y	y'	y-y'	y	y'	y-y'
0.3625	0.247	0.116	1.275	1.353	-0.078
-0.025	0.135	-0.160	0.65	0.616	0.034
1.1875	1.109	0.079	0.375	0.491	-0.116
0.3375	0.372	-0.035	0.538	0.378	0.160

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

表 7-12 实验设计残差正态分布表 (Y 的平均值)

序号	1	2	3	4	5	6	7	8
残差	-0.160	-0.116	-0.078	-0.035	0.034	0.079	0.116	0.160
$100*(i-0.5)/8$	6.25	18.75	31.25	43.75	56.25	68.75	81.25	93.75

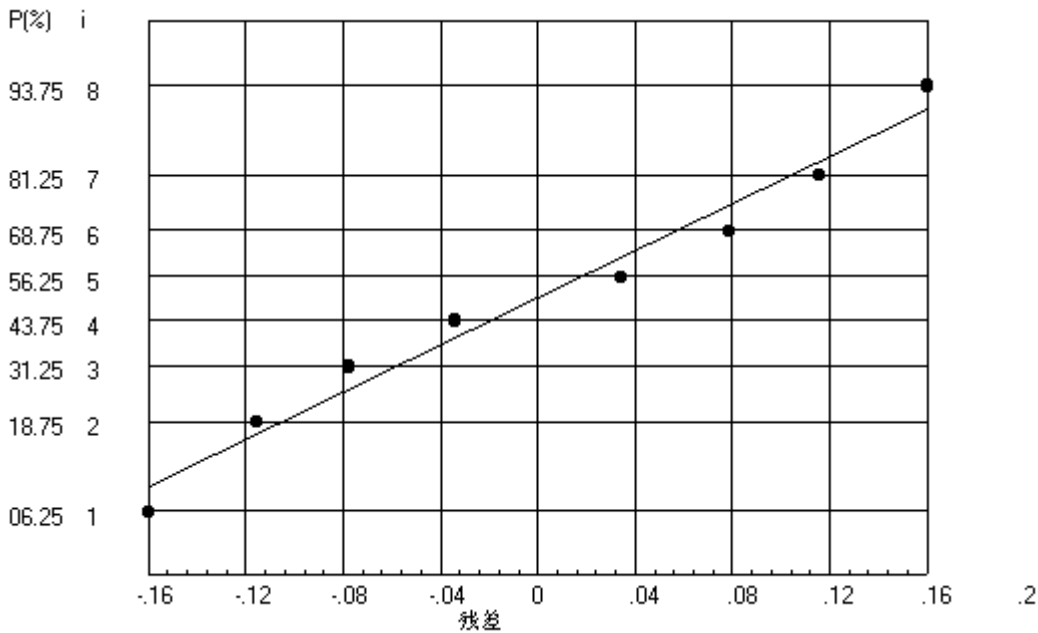


图 7-19 残差正态分布图 (Y 的平均值)

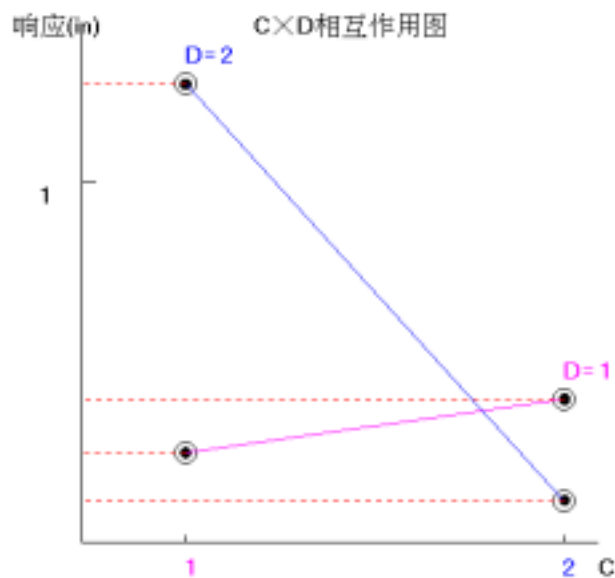


图 7-20 相互作用图 (Y 的平均值)

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## B. 对 Z 值的数据处理

表 7-13 实验设计表 (L8 表) 及实验数据 (Z 值)

标准次序	A	B	C	D	响应 Z [db]	实验次序
1	1	1	1	1	14.91	8
2	1	1	2	2	11.60	7
3	1	2	1	2	7.12	3
4	1	2	2	1	8.08	6
5	2	1	1	2	11.2	2
6	2	1	2	1	12.47	4
7	2	2	1	1	3.69	5
8	2	2	2	2	7.09	1

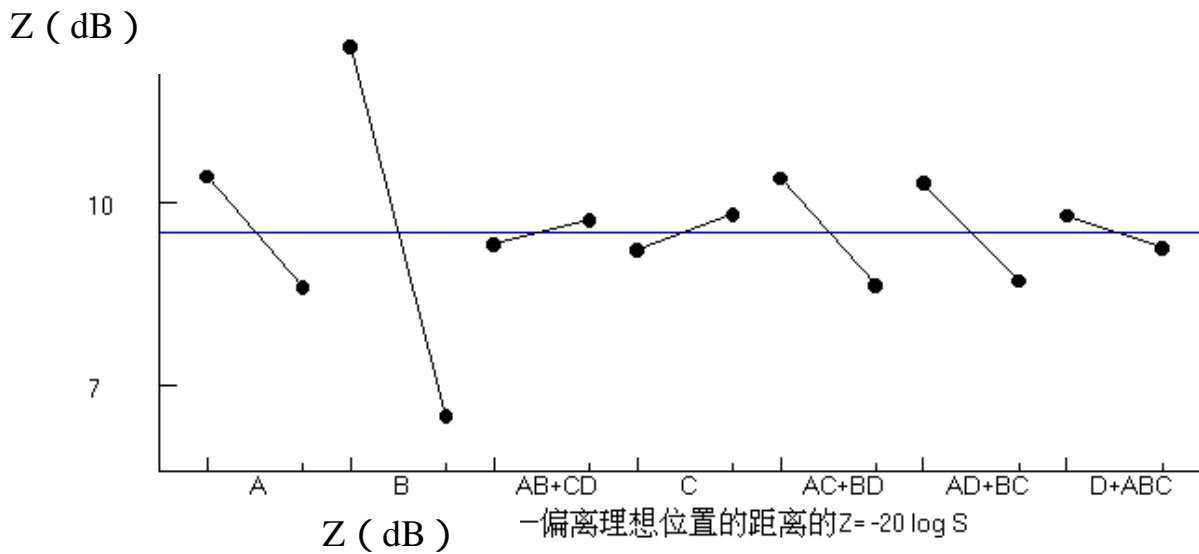


图 7-21 响应图 (Z 值)

表 7-14 效应正态数据表 (Z 值)

顺序号 I	1	2	3	4	5	6	7
效应	-0.580	-0.395	0.535	1.600	1.755	1.815	6.050
效应代号	C	AB+CD	D+ABC	BC+AD	AC+BD	A	B
$P=100(i-0.5)/7$	7.14	21.43	35.71	50	64.29	78.57	92.86



# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

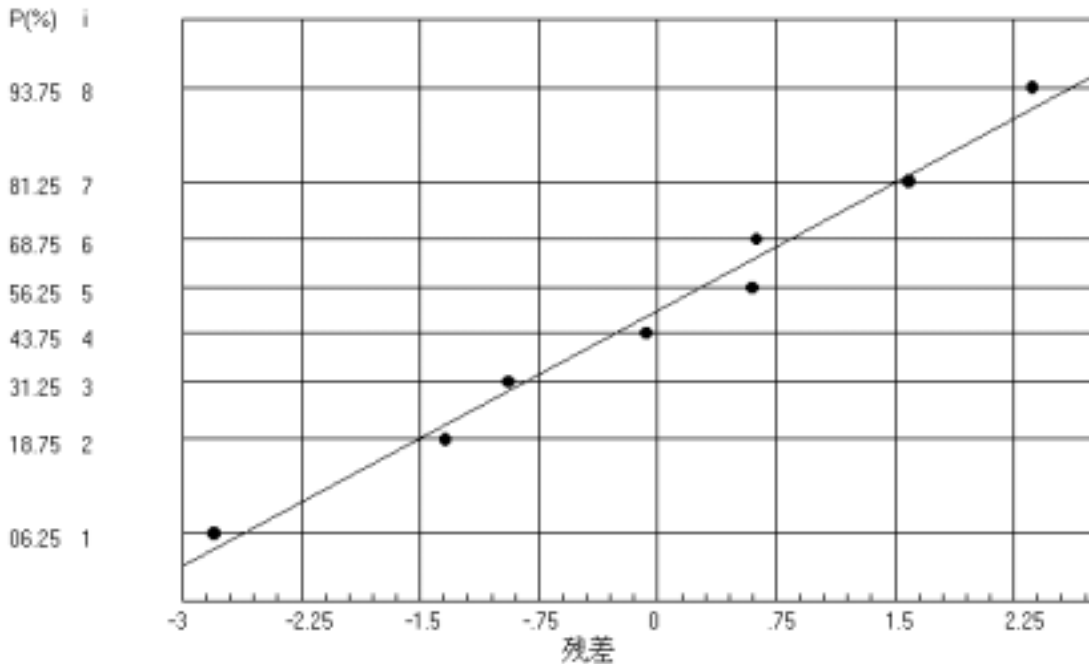


图 7-23 参数实验残差正态分布图 (Z 值)

## (7) 估计最佳设计

从图 6 和图 10 可以估计最佳设计参数：设计目标 target=0，所以，最佳设计参数为：

A = 采用刚度小的弹簧(1 水平);      B = 加润滑剂(1 水平)

C = 采用调节螺栓(2 水平);      D = 不用定位销(2 水平)

$$y' = .5875626 + (-0.244/2)XA + (0.425/2)XC + (-0.313/2)XD + (-0.55/2)XC \cdot XD$$

$$Z' = 9.52 + (6.05/2)XB$$

表 7-6 (复制) 实验参数(控制参数)

序号	实验参数	参数单位	参数 2 水平	参数 1 水平
(A)	弹簧刚度	lb/in	中等*	软
(B)	润滑剂		不加	加*
(C)	调节螺栓		有	没有*
(D)	定位销		没有*	有

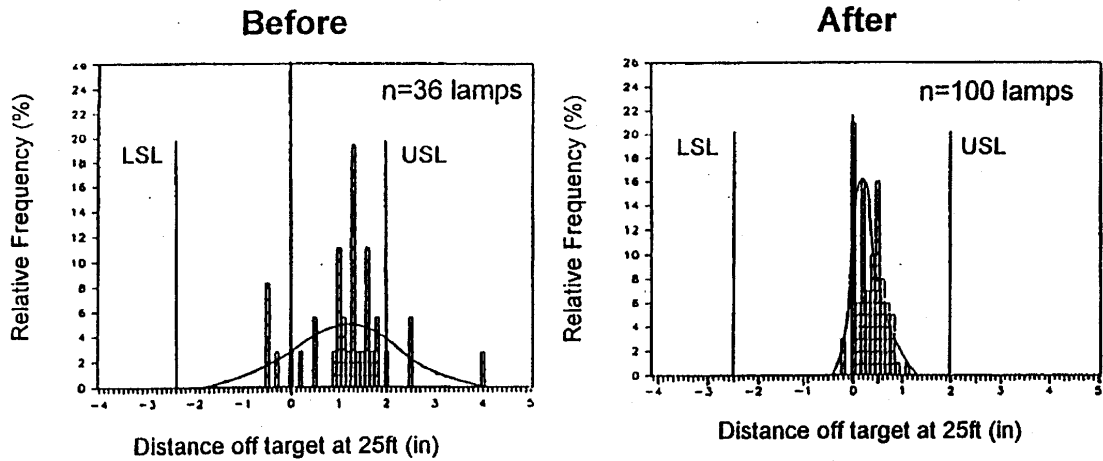
\* 当前采用的设计

## (8) 确认实验

按照上述最佳参数组合制造了 100 个大灯，装在 25 辆汽车上，进行确认试验。图 7-24 示出确认实验的结果。可以看出，新设计比以前的设计更稳健，其分布的方差更小，分布的均值更靠近理想值。

**Robust  
Engineering**

## Confirm Improvement



Lubricant	Yes	Yes
Adj. Screw	No	Yes
Pin	No	No
Spring	Medium	Light

图 7-24 确认实验的结果

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

## 8. 实验设计课程总结

通过前面的介绍,已经了解了实验设计的基本方法,下面对其进行总结。

### 8-1 进行实验设计的步骤

进行实验设计有五个关键步骤:

(1) 组成一个小组来设计实验,一般应该把若干有关的人员组织起来,通过协作来共同进行一个实验设计。

(2) 规划实验:

- 明确实验的目的或目标
- 确定系统输出,也就是响应
- 确定响应的测量方法
- 通过集思广义(Brainstorming),并利用鱼刺图(Fishbone diagram),来找出对响应可能有影响的所有参数。
- 对上述参数进行分析、筛选,最后选定可能最有影响的那些参数。将用实验检验它们。
- 确定上述参数的合理变化范围,为各个选定参数设定水平。
- 选定实验设计表,例如,全析因实验设计表, L8, L16, L12 表, 等。
- 把选定的参数布置在选定的实验设计表中。
- 实验分组
- 试验次序的随机化

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

(3) 进行实验

(4) 分析实验数据

- 尽可能利用简单、明了的图分析方法
- 找出效应明显的各参数的主效应和相互作用。

(5) 解释实验结果。

## 8-2 从实验设计中可以得到的益处

从实验设计中可以得到如下益处:

(1) 节省时间和金钱, 这是因为实验设计方法允许同时检验许多参数的影响, 这可以比用每次只改变一个参数的方法节省大量时间和金钱。

(2) 即使在不存在工程公式的场合, 应用实验设计也可以给出宝贵的信息, 指导工程师进行最优设计。

(3) 实验设计是一个系统化的方法, 它能为作出正确决定提供事实依据, 避免凭主观感觉作出错误决断。

(4) 通过实验设计可以找出对产品及其制造过程有明显影响的参数, 这有助于用最优化的方式对它们加以控制, 从而改善产品及其制造过程。

(5) 可以找出各参数之间的相互作用。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

但是,有一点应引起注意,实验设计并不是万能的,它存在一定的局限性,例如,参数的水平变化数目有限、成本较高、时间较长,等。它并不能取代工程经验、专门知识、理论分析和模拟计算,而只是一种对它们的补充。

## 8-3 进行实验设计所需要的工作环境

进行实验设计往往需要牵涉到各方面,花费较大,耗时较长,有时甚至要求制造过程暂时停产,所以必须有一个有利的工作环境才能保证其能顺利进行。这个环境可能包括如下一些方面:

(1) 最高领导的理解、重视、支持和参与:没有最高领导的理解、重视、支持和参与,进行实验设计是难以想象的。所以,这一条是能够顺利进行实验设计的首要条件。

(2) 良好的信息沟通机制:实验设计往往需要涉及多方面,需要得到有关方面的理解、支持和参与,为此必须有有效的信息沟通机制,及时互通情况。

### (3) 良好的协作关系机制

实验设计小组不可能完全完成所有的任务,例如具体试验工作,而必须与有关方面进行密切协作,才能顺利完成实验设计的所有任务。所以,必须存在良好的协作关系机制。

# **DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计**

---

## **参考文献**

美国通用汽车公司 DOE 培训资料

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---

## 实验设计(DOE)综合练习题

一个工厂用普通机床加工金属零件外园，希望改善加工外园的表面粗糙度。工厂决定采用实验设计的方法解决这个问题。按照进行实验设计的基本步骤（五个关键步骤）来实施：

### 1 组成一个小组来实施实验设计：

一般应该把若干有关的人员组织起来，通过协作来共同进行一个实验设计；选出小组的组长，负责组织、领导实验设计的实施。

### 2 规划实验：

- (1) 明确实验的目的或目标；
- (2) 确定系统输出, 也就是响应；
- (3) 确定响应的测量方法；
- (4) 通过集思广义(Brainstorming), 并利用鱼刺图(Fishbone diagram), 来找出对响应可能有影响的所有参数；
- (5) 对上述参数进行分析、筛选, 最后选定可能最有影响的那些参数, 将用实验检验它们；
- (6) 确定上述参数的合理变化范围, 为各个选定参数设定水平；
- (7) 选定实验设计表, 例如, 全析因实验设计表, L8, L16, L12 表, 等；
- (8) 把选定的参数布置在选定的实验设计表中。

### 3 进行实验(为减小环境噪声对实验结果的影响)

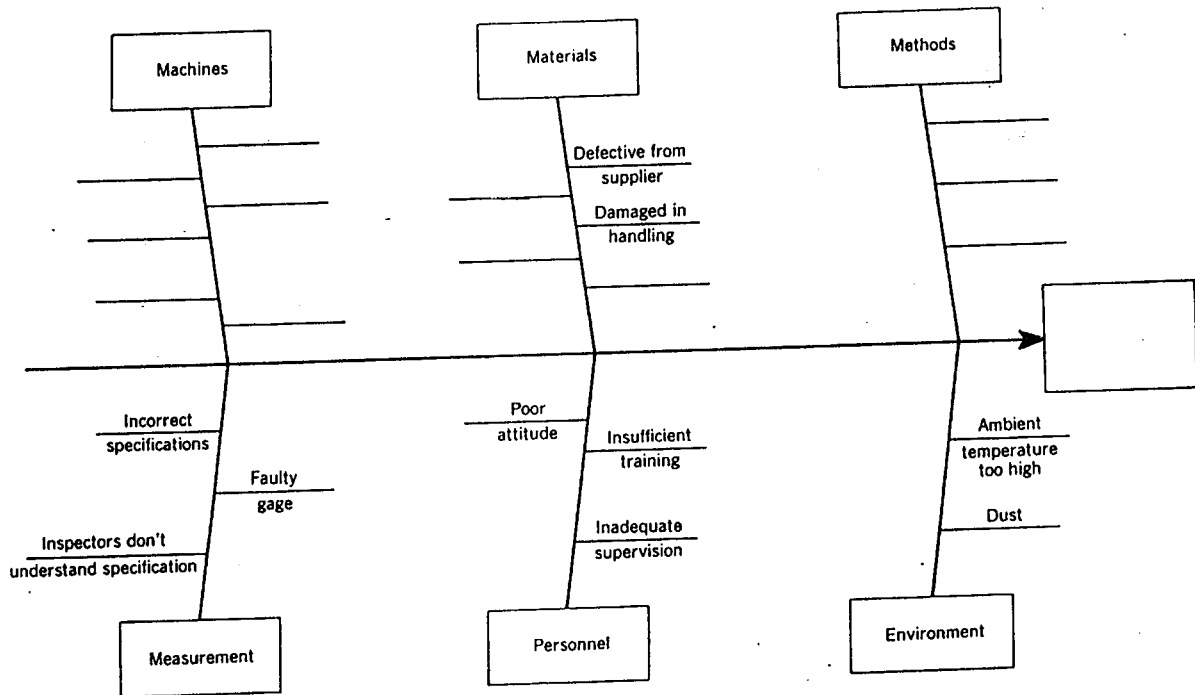
- (1) 进行实验分组；
- (2) 进行试验次序的随机化；

### 4 分析实验数据

- (1) 尽可能利用简单、明了的图分析方法；
- (2) 求出各参数的主效应和相互作用；
- (3) 找出效应明显的各参数的主效应和相互作用；
- (4) 写出最佳参数 - 水平组合；
- (5) 写出经验公式；
- (6) 进行稳健设计 (Robust design)：在给定设计参数和噪声参数的情况下进行稳健设计；

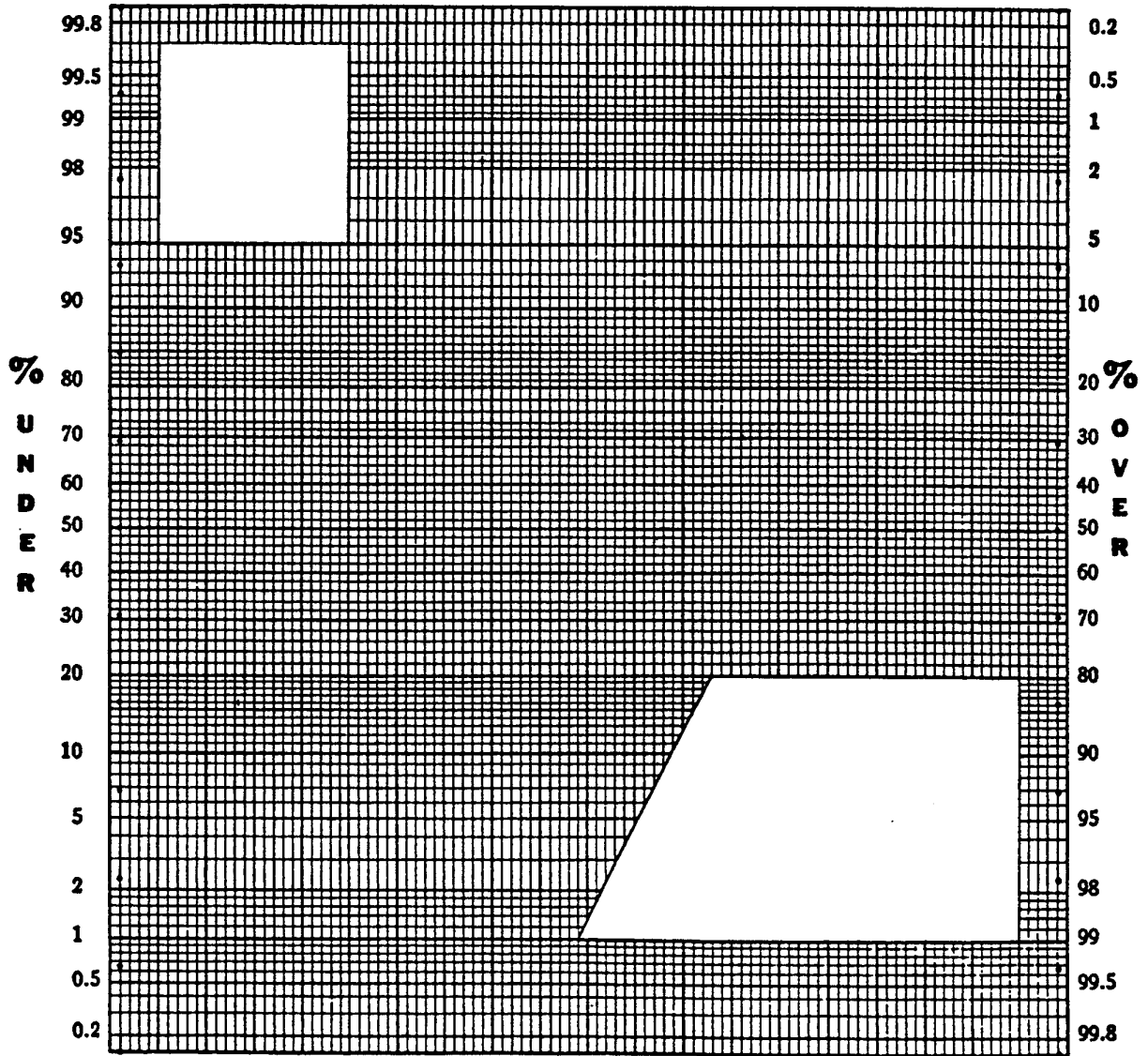
### 5 解释实验结果。

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

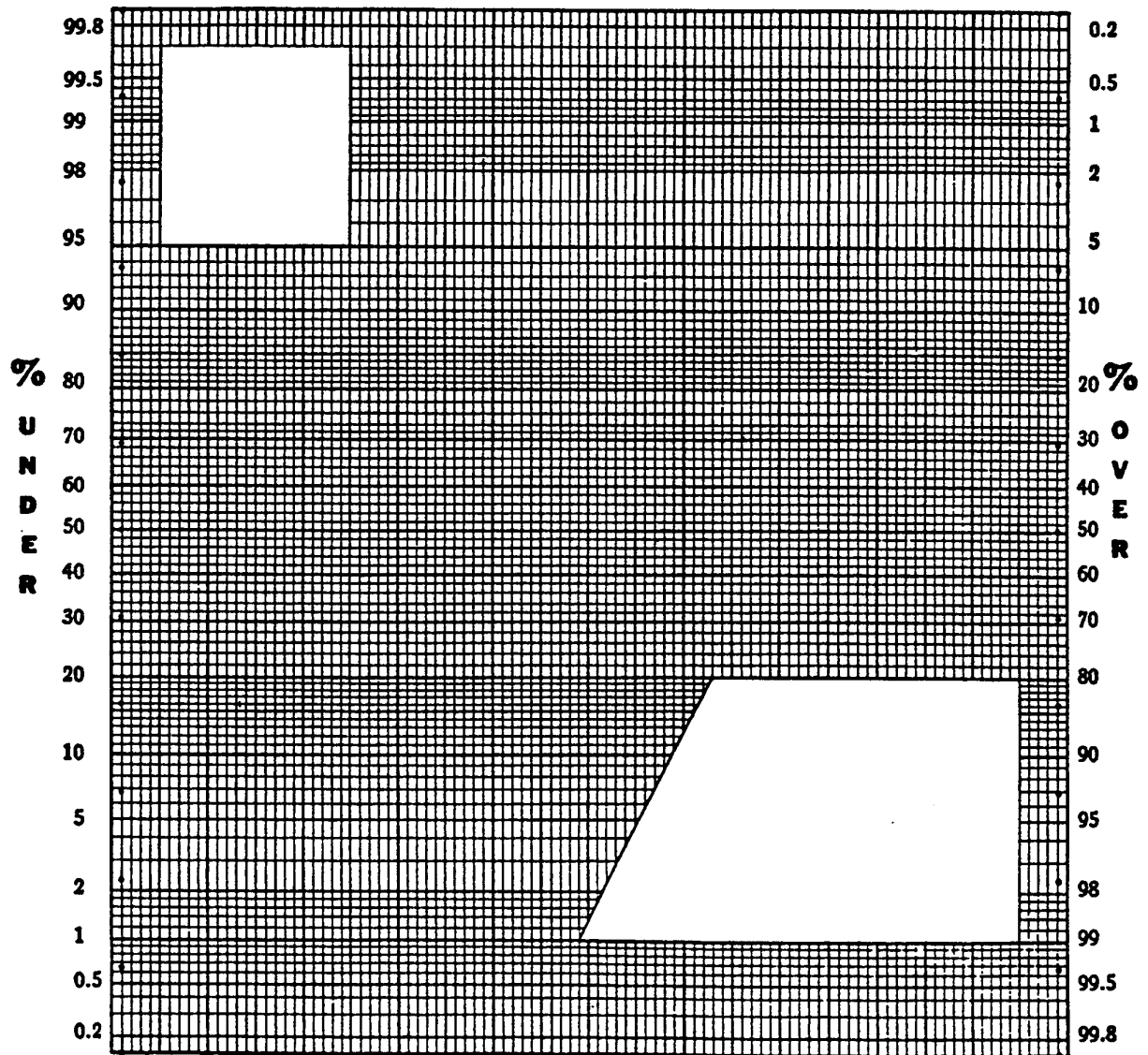


Cause and effect diagram

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

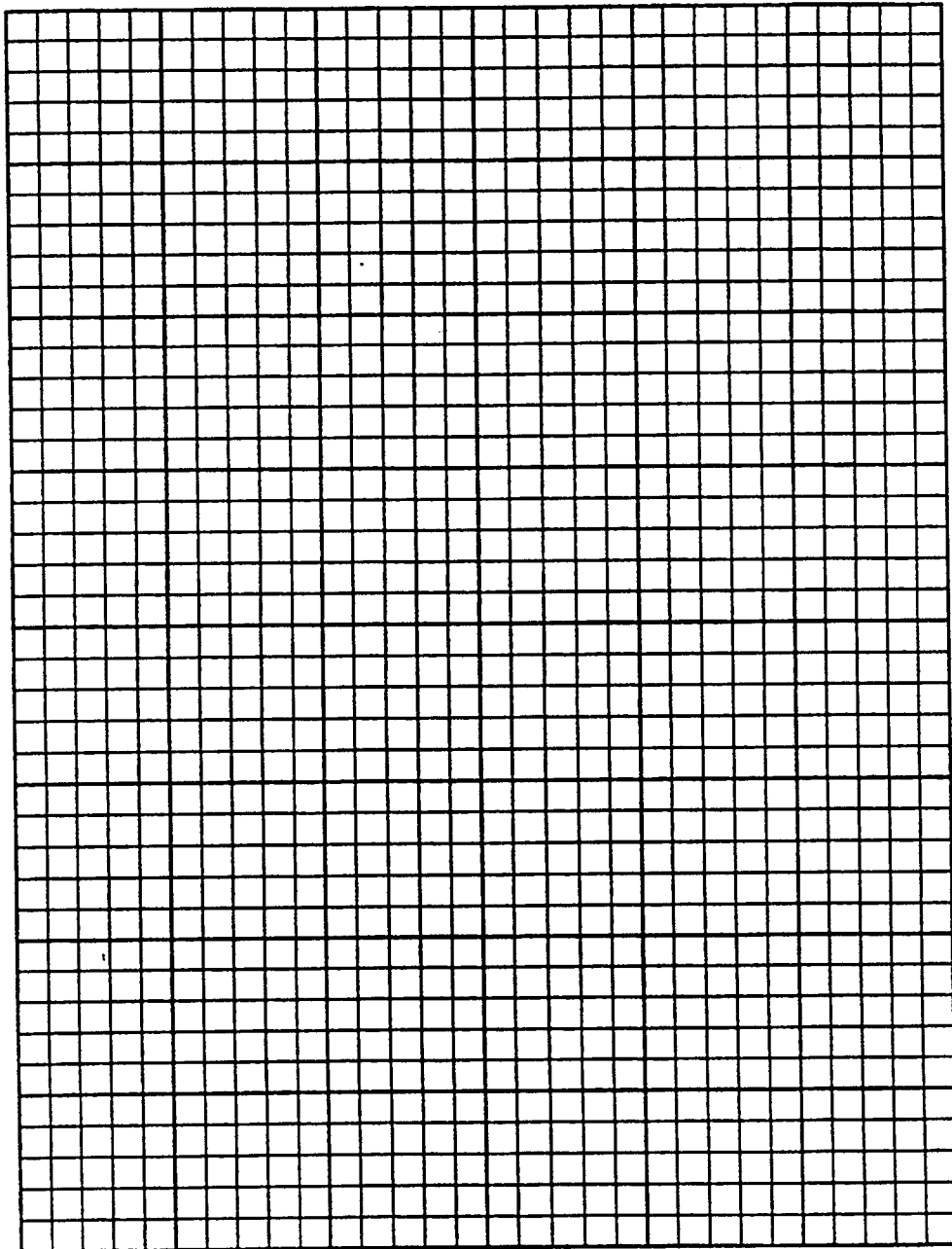



# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

---



# DESIGN OF EXPERIMENTS (DOE): 实验设计

## 附录 A :

- A1 假定投票结果是，大家认为最有影响的参数有三个，它们是：进给速率 A，切削深度 B，刀具角 C；
- A2 进行完全析因实验设计，并进行实验，得到如下结果：

	A	B	C	试验结果
1	-	-	-	9, 7
2	+	-	-	10, 12
3	-	+	-	9, 11
4	+	+	-	12, 15
5	-	-	+	11, 10
6	+	-	+	10, 13
7	-	+	+	10, 8
8	+	+	+	16, 14

- A3 进行数据处理，计算各个主效应和相互作用：

$$A = 3.375$$

$$B = 1.625$$

$$C = 0.875$$

$$AB = 1.375$$

$$AC = 0.125$$

$$BC = -0.625$$

$$ABC = 1.125$$

- A4 画响应图；

- A5 找出效应明显的各个主效应和相互作用：A, B, AB

- A6 写出响应的经验公式，并判断它是否令人满意；

- A7 如果参数 B（切削深度）是个噪声参数，如何获得稳健设计。